

**PEDAGOŠKI ZAVOD TUZLANSKOG KANTONA**

**M**

**KATALOG MATURSKOG ISPITA U  
GIMNAZIJI, TEHNIČKOJ I  
UMJETNIČKOJ SREDNJOJ ŠKOLI**

**Matematika**

**TUZLA, 2019. godine**

**SADRŽAJ**

<b>Uvod</b>	<b>3</b>
<b>1. Ciljevi</b>	<b>4</b>
<b>2. Spisak tematskih cjelina predmetnih sadržaja</b>	<b>4</b>
<b>3. Ishodi učenja</b>	<b>5</b>
<b>4. Struktura ispita</b>	<b>13</b>
<b>4.1. Struktura ispita iz Matematike u okviru integralnog testa</b>	<b>13</b>
<b>4.2. Struktura ispita iz Matematike na višem nivou</b>	<b>14</b>
<b>5. Tehnički opis ispita</b>	<b>15</b>
<b>5.1. Trajanje ispita</b>	<b>15</b>
<b>5.2. Izgled ispita i način rješavanja</b>	<b>15</b>
<b>5.3. Pribor</b>	<b>16</b>
<b>6. Primjeri zadataka s detaljnim pojašnjenjem</b>	<b>16</b>
<b>6.1. Primjeri testova</b>	<b>48</b>
<b>A. Integralni test</b>	<b>48</b>
<b>B. Test iz matematike</b>	<b>49</b>
<b>7. Opis bodovanja</b>	<b>52</b>
<b>7.1. Vrednovanje testa</b>	<b>52</b>
<b>7.2. Opće napomene o vrednovanju zadataka produženoga odgovora</b>	<b>52</b>
<b>7.3. Primjeri ocjenjivanja</b>	<b>52</b>
<b>8. Priprema za ispit</b>	<b>53</b>
<b>8.1. Savjeti nastavnicima</b>	<b>53</b>
<b>8.2. Savjeti učenicima</b>	<b>53</b>

## UVOD

Maturalski/završni ispit u srednjim školama TK (gimnazije, tehničke, umjetničke, vjerske i stručne škole) proizilazi iz obaveze regulisane u članu 89. Zakona o srednjem obrazovanju i odgoju ("Službene novine TK" broj 17/2011). Metodologija planiranja, organizacije i implementacije maturalskog/završnog ispita je detaljnije definisana u Pravilniku o polaganju maturalskog ispita u gimnaziji, tehničkoj i umjetničkoj srednjoj školi na području tuzlanskog kantona ("Službene novine TK" broj /19).

Matematika, kao općeobrazovni predmet koji se izučava u srednjim školama sa različitim brojem nastavnih sati se polaže u okviru Integralnog testa (niži nivo) u školama gdje se matematika izučava samo u prva dva razreda i Testa iz matematike (viši nivo), u školama gdje se matematika izučava intenzivnije kroz cijelo srednjoškolsko školovanje.

Ispitni katalog za eksternu mature iz matematike u srednjim školama TK je dokument kojim se поближе opisuje što će se i kako ispitivati na eksternom dijelu maturalskog/završnog ispita iz ovoga predmeta. Sadrži sve potrebne informacije i detaljna pojašnjenja o obliku i sadržaju ispita. Njime se jasno određuje što se od učenika očekuje na ispitu iz matematike u okviru integralnog testa i na ispitu na višem nivou.

Ispiti iz Matematike se temelji na zajedničkim nastavnim sadržajima koje su svi učenici srednjih škola izučavali tokom svog srednjoškolskog obrazovanja. Svi sadržaji na ispitu iz matematike su grupisani u 7 područja sa očekivanim obrazovnim ishodima, definisanih na tri nivoa zahtjeva.

Predmetni ispitni katalog iz matematike sadrži slijedeća poglavlja:

1. Područja ispitivanja
2. Obrazovni ishodi
3. Struktura ispita
4. Tehnički opis ispita
5. Opis bodovanja
6. Primjeri zadataka s dizajnom testa iz matematike i detaljnim pojašnjenjem ocjenjivanja
7. Opis bodovanja
8. Priprema za ispit.

U prvome i drugome poglavlju učenici mogu naći odgovor na pitanje *što se ispituje*. U prvome su poglavlju navedena područja ispitivanja, odnosno ključna znanja i vještine iz Matematike koje se ispituju ovim ispitom. U drugome je poglavlju, kroz konkretne opise onoga što učenik treba znati, razumjeti i moći učiniti, pojašnjen način na koji će se navedena znanja i vještine provjeravati. Treće, četvrto i peto poglavlje odgovaraju na pitanje *kako se ispituje*, a u njima je pojašnjena struktura i oblik ispita, vrste zadataka te način provedbe i vrednovanja pojedinih zadataka i ispitnih cjelina. U šestom poglavlju dati su primjeri svih tipova zadataka po područjima i nivoima, primjerima testova te primjerima bodovanja. Slijedi poglavlje koje odgovara na pitanje *kako se pripremiti za ispit*. U tom su poglavlju savjeti koji učenicima pomažu u pripremi ispita.

## 1. CILJEVI

Ciljevi mature, prema Pravilniku o polaganju matirskog/završnog ispita su:

- a) provjera dostignutog nivoa ishoda učenja u skladu sa nastavnim planom i programom gimnazija, srednjih tehničkih i umjetničkih škola;
- b) stvaranje pretpostavki za nastavak obrazovanja (član 2).

Moralo se, s obzirom na složenost i šarolikost u nastavnim planovima i programima:

- Različiti broj nastave na sedmoičnom nivou,
- Nastava po EU WET programima,
- Nastava zasnovana na ishodima učenja, itd.,

odrediti presječni fond nastavnih sadržaja koje svi učenici izučavaju u svim razredima, naročito u prva dva razreda što treba biti osnova za kreiranje integralnog testa. Opći cilj ispita iz Matematike provjeriti u kojoj mjeri učenici znaju, tj. mogu:

- koristiti matematički jezik u čitanju, interpretiranju i rješavanju zadataka
- očitavati i interpretirati podatke zadane u analitičkom, tabličnom i grafičkom obliku ili riječima te u navedenim oblicima jasno, logično i precizno prikazivati dobivene rezultate
- matematički modelirati problemsku situaciju, naći rješenje te provjeriti ispravnost dobivenoga rezultata
- prepoznati i koristiti vezu između različitih područja matematike
- koristiti različite matematičke tehnike tokom rješavanja zadataka

## 2. SPISAK TEMATSKIH CJELINA PREDMETNIH SADRŽAJA

Popis zajedničkih tematskih sadržaja koje obrađuju svi učenici u srednjim školama je grupisan u 7 područja ispitivanja:

Područja	Tematske cjeline
<b>I Područje</b>	Skupovi brojeva N, Z, Q, I, R. Stepeni sa cjelobrojnim eksponentom. Cijeli algebarski izrazi (polinomi). Racionalni algebarski izrazi. Procentni račun, omjer, proporcija
<b>II Područje</b>	Linearna funkcija. Linearne jednačine i nejednačine. Sistemi linearnih jednačina
<b>III Područje</b>	Korijeni i operacije sa korijenima. Kompleksni brojevi
<b>IV Područje</b>	Kvadratna funkcija i kvadratna nejednačina. Kvadratna jednačina (diskriminanta, Vieteova pravila)
<b>V Područje</b>	Eksponencijalna funkcija, eksponencijalne jednačine. Pojam logaritma, logaritamska funkcija, logaritamske jednačine, primjena logaritama
<b>VI Područje</b>	Planimetrija. Stereometrija. Trigonometrija. Analitička geometrija u ravni
<b>VII Područje</b>	Binomni obrazac. Aritmetički i geometrijski niz. Realna funkcija: Osobine realne funkcije

Tabela 1. Spisak tematskih područja

Prva četiri područja su osnova za izradu integralnog testa, a za test iz matematike se koriste sva područja.

### 3. ISHODI UČENJA

Za svako područje ispitivanja određeni su posebni ciljevi ispita, odnosno konkretni opisi onoga što učenik mora znati, razumjeti i moći učiniti kako bi postigao uspjeh na ispitu.

Obrazovni ishodi obiju nivoa prikazani su radi bolje preglednosti u tabelama. U tabelama su detaljno razrađeni sadržaji koji će se ispitivati te obrazovni ishodi vezani uz pojedine sadržaje, raspoređenim u tri nivoa zahtjeva.

Teme	ISHODI UČENJA PO NIVOIMA		
	NIŽI	SREDNJI	VIŠI
Skupovi brojeva i operacije	<ul style="list-style-type: none"> <li>-zna prepoznati i identifikovati brojeve iz skupova <b>N,Z,Q,I,R</b></li> <li>-odrediti njihove apsolutne vrijednosti</li> <li>-zna redosljed izvođenja računskih operacija u skupovima brojeva</li> <li>-zna izračunati jednostavnije brojne izraze sa i bez apsolutne vrijednosti</li> <li>-zna upotrijebiti simbole intervala (a,b), [a,b), (a,b], [a,b]</li> <li>-zna napisati dati skup realnih brojeva intervalima i prikazati ga na brojnoj osi</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-upoređuje brojeve iz skupova N,Z,Q,I,R</li> <li>Grupiše brojeve, razvrstava i izvodi zaključke</li> <li>-pretvara iz jednog oblika u drugi, upoređuje ih</li> <li>-računa vrijednosti brojnih izraza poštujući redosljed računskih operacija</li> <li>-računa vrijednosti brojnih izraza sa apsolutnim vrijednostima</li> <li>-prenosi stečeno znanje u rješavanju jednostavnih zadataka</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-rješava složenije tipove zadataka (brojne izraze) i probleme</li> <li>-primjenjuje računanje pri rješavanju matematičkih problema iz svakodnevnog života</li> </ul>
Cijeli algebarski izrazi	<ul style="list-style-type: none"> <li>-zna urediti polinome po rastućim ili opadajućim koeficijentima</li> <li>-zna izračunati vrijednost cjelobrojnog algebarskog izraza za datu cjelobrojnu varijablu</li> <li>-razlikuje cijele algebarske izraze po broju članova (monom, binom,...)</li> <li>-uočava slične monome</li> <li>-izvodi operacije sabiranja, oduzimanja i množenja sa monomima i binomima</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-izvodi osnovne matematičke operacije s polinomima (sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje)</li> <li>-zna izračunati vrijednost cjelobrojnog algebarskog izraza za datu realnu varijablu</li> <li>-zna kvadrirati i kubirati binom</li> <li>-vlada metodama rastavljanje polinoma na faktore(izvlačenje zajedničkog faktora ispred zgrade, razlika kvadrata)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-analizira i rješava probleme svođenja polinoma na prostije faktore</li> <li>-stepenuje binom i trinom</li> </ul>

Racionalni algebarski izrazi	<ul style="list-style-type: none"> <li>-zna odrediti definiciono područje racionalnog algebarskog izraza</li> <li>-zna izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu cjelobrojnu varijablu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-zna izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu realnu varijablu</li> <li>-zna pojednostaviti racionalni algebarski izraz (primjena metoda za rastavljanje na prostije faktore i skraćivanje)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-obavljati osnovne računske operacije sa složenijim racionalnim algebarskim izrazima</li> </ul>
Omjer, proporcije i procentni račun	<ul style="list-style-type: none"> <li>-prepoznaje pojam razmjere i proporcije</li> <li>-zna riješiti proporcije</li> <li>-imenuje osnovne pojmove i elemente procentnog računa</li> <li>-razlikuje direktnu i obrnutu proporcionalnost</li> <li>-zapisuje procenat u obliku decimalnog broja</li> <li>-zna odrediti procenat date veličine</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-analizira i upoređuje rješenja razmjere i proporcije</li> <li>-poznaje račun veličina direktne i obrnute proporcionalnosti</li> <li>-računa procenat, procentni iznos i glavnica</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-primjenjuje stečeno znanje u rješavanju praktičnih problema iz stvarnog života</li> </ul>
Linearna funkcija	<ul style="list-style-type: none"> <li>-prepoznaje linearnu funkciju</li> <li>-računa vrijednost funkcije za datu promjenljivu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-izražava formulom linearnu funkciju</li> <li>-određuje njen domen i nulu funkcije</li> <li>-predstavlja datu funkciju tabelarno i grafički</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-formulira funkcije na osnovu grafika ili tabele</li> <li>-ispituje, ili uviđa sa grafika osobine linearne funkcije</li> <li>-formulira funkcije na osnovu datih podataka (k, n ili tačke kroz koje funkcija prolazi)</li> <li>-primjenjuje i koristi znanje iz linearne funkcije na problemske zadatke</li> </ul>
Linearna jednačina i nejednačina	<ul style="list-style-type: none"> <li>-razlikuje nepoznatu veličinu i parametar</li> <li>-rješava jednostavnije linearne jednačine</li> <li>-prepoznaje tipove jednačina: određena, neodređena i proturječna jednačina</li> <li>-provjerava rješenje jednačine</li> <li>-uočava razliku između jednačina i nejednačina, kao i njihovih rješenja (broj i interval)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-izdvoji nepoznatu veličinu datu na više mjesta u jednačini</li> <li>-svodi jednačine na ekvivalentne sa jednostavnijim oblikom</li> <li>-analizira i upoređuje rješenja nejednačina</li> <li>-rezimira rješenja</li> <li>-rješava jednostavnije jednačine sa apsolutnim vrijednostima</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-primjenjivati i upotrebljavati stečeno znanje u rješavanju praktičnih problema iz svakodnevnog života (rješavanje problemskih zadataka pomoću jednačina ili nejednačina)</li> <li>-rješava složenije linearne jednačine</li> <li>-rješava složenije linearne nejednačine</li> </ul>

Sistemi linearnih jednačina	<ul style="list-style-type: none"> <li>-prepozna opći oblik sistema linearnih jednačina</li> <li>-uočava da je uređeni par rješenje sistema</li> <li>-zna provjeriti da li je dati par rješenje datog sistema</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-razumije bar jednu od metoda rješavanja sistema linearnih jednačina</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-zna riješiti sistem zadanom metodom</li> <li>-vlada različitim metodama za rješavanje sistema</li> <li>-rješava problemske zadatke pomoću sistema jednačina</li> </ul>
Kvadratne jednačine i Vietova pravila	<ul style="list-style-type: none"> <li>-uočava kvadratnu jednačinu, njene koeficijente</li> <li>-zna riješiti kvadratnu jednačinu tipa <math>ax^2+bx+c=0</math>, <math>a \neq 0</math></li> <li>-zna provjeriti da li su dati brojevi rješenja date jednačine</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-zna razlikovati i riješiti potpune i nepotpune kvadratne jednačine</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-analizira rješenja kvadratne jednačine u zavisnosti od diskriminante</li> <li>-analizira i rješava kvadratne jednačine primjenom Vieteovih pravila</li> </ul>
Kvadratna funkcija i kvadratne nejednačine	<ul style="list-style-type: none"> <li>-prepozna grafik kvadratne funkcije</li> <li>-odredi vrijednost date funkcije za datu varijablu</li> <li>-provjeri da li data tačka pripada funkciji</li> <li>-zna provjeriti da li je dati broj rješenje date nejednačine</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-objasni zavisnost grafa od kvadratnog koeficijenta</li> <li>-određuje domen, nule i tjeme kvadratne funkcije</li> <li>-povezuje broj nula funkcije s diskriminantom</li> <li>-rješava kvadratne nejednačine koristeći nule funkcije i graf</li> <li>-rješava kvadratne nejednačine koristeći rastavljanje kvadratnog trinoma na faktore</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-ispita kvadratnu funkciju (domen, nule, tjeme), skicira njen grafik i odredi tok funkcije</li> <li>-očitava sa grafika nule funkcije, znak, ekstrem i vrstu ekstrema</li> <li>-diskutuje grafik funkcije u zavisnosti od koeficijenta i diskriminante</li> <li>-rješava nejednačine koje se svode na kvadratne nejednačine koristeći rastavljanje kvadratnog trinoma na faktore ili graf odgovarajuće parabole</li> <li>-uspostavlja odnos između poznavanja grafika i rješavanja problema ekstrema</li> <li>-koristi stečeno znanje na problem iz stvarnog života</li> </ul>

Stepeni s cjelobrojnim koeficijentima	-računa vrijednost stepena sa cjelobrojnim eksponentom i cjelobrojnomo bazom	-računa vrijednost jednostavnijih brojnih izraza sa racionalnom bazom	-rješava složenije brojne izraze sa racionalnom bazom
Korijeni i operacije s korijenima	-izračunava vrijednost korijena sa racionalnim radikandom -sabira, oduzima, množi i dijeli korijene istih eksponenata	-proširuje i skraćuje korijene -parcijalno korjenjuje -racionališe nazivnik	-izračunava vrijednost izraza -radi korjenovanje korijena, stepeni s realnim eksponentom, racionalisanje nazivnika koji je oblika zbira ili razlike

Kompleksni brojevi	-definiše imaginarnu jedinicu (korijen iz negativnog broja) -prepoznaje opći oblik kompleksnog broja -uoči razliku između realnog i imaginarnog dijela -prepoznaje ili odredi konjugovano-kompleksan broj datom broju -izračuna modul	-stepenuje imaginarnu jedinicu -predstaviti kompleksan broj u Gausovoj ravni -obavlja matematičke operacije sa kompleksnim brojevima (sabiranje, oduzimanje, množenje i kvadriranje)	-obavlja matematičke operacije sa kompleksnim brojevima (sabiranje, oduzimanje i množenje i dijeljenje) -rješava jednačine sa kompleksnim brojevima
Eksponencijalna funkcija	-računa sa potencijama racionalnog eksponenta. -potencije jedne osnove pretvara u potencije druge osnove. -računa vrijednost eksponencijalne funkcije. -skicira grafik eksponencijalne funkcije.	-potencije složenog eksponenta pretvara u proizvod, količnik ili korijen -crta grafik funkcije $y = e^x$ . -analizira osobine eksponencijalne funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom. -razumije monotonost funkcije.	-prepoznaje eksponencijalnu ovisnost. -određuje tok znak i asimptote eksponencijalne funkcije oblika: $y = a^{f(x)}$ , ( $0 < a < 1$ , $a > 1$ ). -u problemima opisanim eksponencijalnom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanog argumenta. -modelira eksponencijalnom funkcijom.



Eksponencijalne jednačine	<p>-primjenjuje i formulira operacije s potencijama i korijenima.</p> <p>-prepoznaje i rješava jednostavnije eksponencijalne jednačine.</p> <p><math>a^{f(x)} = a^{g(x)}</math> (<math>0 &lt; a &lt; 1, a &gt; 1</math>)</p>	<p>-prelazi iz jednog prikaza potencije racionalnog eksponenta u drugi prikaz.</p> <p>-rješava eksponencijalne jednačine koje sadrže potencije različitih osnova.</p> <p>-rješava eksponencijalne jednačine koje se smjenom svode u kvadratne.</p>	<p>-razumije da je jednačina oblika:  <math>a^x = b</math> (<math>0 &lt; a &lt; 1, a &gt; 1</math>), <math>b &lt; 0</math> nemoguća.</p> <p>-rješava složenije eksponencijalne jednačine koje sadrže potencije različitih osnova.</p>
Pojam logaritma	<p>-određuje vrijednost logaritma zadane osnove i numerusa.</p> <p>-računa vrijednost brojnog izraza koristeći definiciju logaritma.</p>	<p>-određuje osnovu ( numerus ) ako je poznata vrijednost logaritma.</p> <p>-primjenjuje i navodi pravila logaritmovanja.</p> <p>-povezuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju i određuju inverznu funkciju.</p> <p>-razlikuje dekadski i prirodni logaritam.</p>	<p>-rješava eksponencijalnu jednačinu oblika:  <math>a^x = b</math> (<math>0 &lt; a &lt; 1, a &gt; 1</math>), <math>b &gt; 0</math></p> <p>-prelazi iz eksponencijalnog u logaritamski oblik i obrnuto.</p>
Logaritamska funkcija	<p>-skicira grafik jednostavne logaritamske funkcije.</p>	<p>-određuje domenu logaritamske funkcije.</p> <p>-analizira osobine logaritamske funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom.</p> <p>-razumije monotonost</p>	<p>-određuje domenu složenije logaritamske funkcije.</p> <p>-analizira osobine složenije logaritamske funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom.</p> <p>-razumije monotonost logaritamske funkcije.</p> <p>-određuje asimptotu logaritamske funkcije.</p>
Logaritamske jednačine	<p>-provjerava rješenje logaritamske jednačine.</p> <p>-rješava logaritamske jednačine direktnom primjenom definicije logaritma.</p>	<p>-određuje domenu logaritamske jednačine.</p> <p>-primjenom pravila logaritmovanja transformiše jednačinu u jednačinu osnovnog oblika.</p> <p>-rješava logaritamske jednačine koje se smjenom svode u kvadratne.</p> <p>-u problemima opisanim logaritamskom funkcijom računa vrijednost argumenta.</p>	<p>-rješava logaritamske jednačine koje sadrže logaritme različitih osnova.</p> <p>-logaritamskom jednačinom modelira problemske situacije .</p> <p>-utvrđuje smislenost dobijenih rješenja.</p>

Primjena logaritama	<p>-izračunava dekadski i prirodni logaritama upotrebom kalkulatora.</p> <p>-određuje broj čiji je dekadski logaritama poznat.</p>	<p>-u problemima opisanim eksponencijalnom funkcijom računa vrijednost argumenta funkcije.</p> <p>-rješava zadatke iz struke primjenom logaritama</p>	<p>-računa vrijednost složenog brojnog izraza pomoću logaritama.</p>
Planimetrija	<p>-prepoznaje ugao i vrste uglova</p> <p>-prepoznaje trougao i četverougao</p> <p>-klasificira trouglove s obzirom na mjerne uglove i dužine stranica</p> <p>-klasificira četverougao s obzirom na paralelnosti njihovih stranica</p> <p>-opisuje unutrašnje i vanjske uglove trougla i četverougla</p> <p>-opisuje i prepoznaje simetralu ugla, simetralu duži, težišnicu trougla i visinu trouglu</p> <p>-prepoznaje značajne tačke trougla</p> <p>-opisuje i računa površinu trougla ako je zadana jedna stranica i visina na tu stranicu</p> <p>-opisuje i računa obim i površinu kvadrata i pravougaonika</p> <p>-opisuje i računa obim i površinu kruga</p>	<p>-opisuje i računa obim i površinu trougla ako su zadane sve tri stranice trougla, poluprečnik opisane i upisane kružnice</p> <p>-opisuje i računa obim i površinu paralelograma, romba i trapeza</p> <p>-opisuje i računa obim i površinu kružnog prstena i kružnog isječka</p> <p>-računa ostale elemente geometrijskog lika (dužinu dijagonale, stranice, poluprečnik opisane i upisane kružnice i sl.)</p>	<p>-samostalno i sigurno računa obim, površinu i druge elemente trougla, četverougla, kruga, dijelova kruga i od njih sastavljenih geometrijskih oblika</p> <p>-bira strategiju za izračunavanje obima i površine u rješavanju problema iz geometrije i svakodnevnog života</p>
Stereometrija	<p>-prepoznaje kocku, kvadar i valjak</p> <p>-izračunava površinu i zapreminu kocke, kvadra i valjka koristeći zadane elemente i obrnuto</p>	<p>-prepoznaje uspravnu (trostranu i četverostranu) prizmu, (trostranu i četverostranu) piramidu, valjak i kupu i uredno crta</p> <p>-računa površinu i zapreminu uspravne prizme, piramide, valjka, kupe koristeći zadane elemente i obrnuto</p> <p>-prepoznaje i crta dijagonalne i osne presjeke geometrijskih tijela</p>	<p>-računa površinu i zapreminu geometrijskih tijela u problemskim situacijama</p> <p>-računa površinu i zapreminu rotacionih geometrijskih tijela iz zadanih elemenata i obrnuto</p>

Trigonometrija	<ul style="list-style-type: none"> <li>-definiše trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu</li> <li>-primjenjuje trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu za određivanje nepoznatih veličina u pravouglom trouglu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-primjenjuje osnovne trigonometrijske identitete u dokazima i izračunavanju vrijednosti izraza</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-primjenjuje trigonometrijske funkcije za rješavanje problema u planimetriji</li> <li>-modelira situacije iz životnih i drugih područja primjenjujući trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu</li> </ul>
Analička geometrija u ravni	<ul style="list-style-type: none"> <li>-crta duži i likove zadane koordinatnim tačkama u pravouglom koordinatnom sistemu</li> <li>-računa dužinu duži, koordinate sredine duži, koordinate težišta trougla i površinu trougla uz zadane koordinate tačaka</li> <li>-grafički prikazuje pravu iz različitih oblika jednačine prave</li> <li>-izvodi jednačinu prave iz grafika ili zadanih parametara</li> <li>-računa mjeru ugla prave sa pozitivnim smjerom x ose i povezuje sa koeficijentom pravca prave</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-primjenjuje izračunavanje dužine duži, koordinate sredine duži, koordinate težišta trougla i površinu trougla u planimetriji</li> <li>-računa mjeru ugla između dvije prave, primjenjuje uslov paralelnosti i normalnosti u određivanju jednačine prave</li> <li>-primjenjuje jednačinu prave u jednostavnijim problemima</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-samostalno rješava geometrijske probleme</li> <li>-primjenjuje jednačinu prave u geometrijskim zadacima</li> </ul>
Binomni obrazac	<ul style="list-style-type: none"> <li>-zna izračunati <math>n!</math></li> <li>- zna šta je binomni koeficijent i zna ga izračunati</li> <li>- razumije šta znači biti član u razvoju binoma</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- primjenjuje binomnu formulu na razvoj binoma</li> <li>-koristi formulu za direktno nalaženje određenog člana u razvoju binoma</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-rješava složenije zadatke povezujući razne matematičke oblasti(proporcije, jednačine) u kojima je nepoznat stepen binoma</li> <li>-zna odrediti član binoma koji zadovoljava određeno svojstvo</li> <li>-primjenjuje binomni obrazac u dokazivanju određenih jednakosti</li> </ul>
Nizovi: Aritmetički i geometrijski niz	<ul style="list-style-type: none"> <li>-zna šta je aritmetički niz</li> <li>- prepoznaje aritmetički niz</li> <li>- zna šta je geometrijski niz</li> <li>- prepoznaje geometrijski niz</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-koristi formule za određivanje općeg člana aritmetičkog i geometrijskog niza, te za izračunavanje sume prvih <math>n</math> članova</li> <li>-zna odrediti niz na osnovu dva podatka (npr. ako je</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-prepoznaje i primjenjuje nizove pri rješavanju problemskih zadataka</li> <li>- koristi i povezuje aritmetički i geometrijski niz u drugim matematičkim</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- uočava razliku između aritmetičkog i geometrijskog niza</li> <li>- razumije šta je aritmetička i geometrijska sredina</li> <li>- zna nastaviti niz na osnovu pretpostavki</li> </ul>	<p>poznat zbir prvih nekoliko i zbir nekoliko članova, ili ako su poznata dva člana, itd.)</p>	<p>oblastima (planimetrija, stereometrija, itd.)</p>
<p>Realna funkcija: Osobine funkcije</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-zna šta je definicino područje</li> <li>-zna definiciono područje poznatih funkcije (racionalne, logaritamske funkcije, iracionalne, itd.)</li> <li>-razumije šta su nule i znak funkcije i zna provjeriti da li je zadani broj nula funkcije</li> <li>- zna šta je parna, a šta neparna funkcija i</li> <li>-razumije grafičku interpretaciju parnosti i neparnosti</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-određuje definiciono područje nekih jednostavnijih funkcija</li> <li>-ispituje da li je funkcija parna ili neparna</li> <li>- zna odrediti nule i znak nekih elementarnih funkcija</li> <li>- zna interpretirati sa grafika nule i znak funkcije, parnost i neparnost funkcije</li> </ul>	<p>-određuje definiciono područje, ispituje parnost i neparnost te određuje nule i znak složenijih funkcija</p>

Tabela 2. Ishodi učenja po temtskim cjelinama

## 4. STRUKTURA ISPITA

### 4.1. Struktura ispita iz Matematike u okviru integralnog testa

U okviru inegralnog testa, predviđeno je 13 zadataka iz matematike. Udjeli područja ispitivanja na osnovnom nivou ispita prikazani su u tabeli 3.

Područja/tematske cjeline	Znanje i razumijevanje	Primjena	Rješavanje problema	%	Bodovi	Broj zadataka
<b>I područje:</b> -Skupovi brojeva N, Z,Q, I, R -Stepeni sa cjelobrojnim eksponentom -Cijeli algebarski izrazi(polinomi) -Racionalni algebarski izrazi -Procentni račun, omjer, proporcija	1	2	1	30	4	4
<b>II područje:</b> -Linearna funkcija -Linearne jednačine i nejednačine -Sistemi linearnih jednačina	2	1		25	3	3
<b>III područje:</b> -Korijeni i operacije sa korijenima -Kompleksni brojevi	2	1		20	3	3
<b>IV područje:</b> -Kvadratna funkcija i kvadratna nejednačina -Kvadratna jednačina(diskriminanta, Vieteova pravila)	1	1	1	25	3	3
<b>Ukupno</b>	<b>40%</b>	<b>40%</b>	<b>20%</b>	<b>100</b>	<b>13</b>	<b>13</b>

Tabela 3. Struktura testa iz matematike u okviru integralnog testa

## 4.2. Struktura ispita iz Matematike na višem nivou

Ispit iz Matematike na višoj razini sadrži 20 zadataka podijeljenih prema tipovima zadataka i komponentama ishoda. Struktura ispita za viši nivo prikazana je u tabeli 4.

Područja/tematske cjeline	Znanje i razumijevanje	Primjena	Rješavanje problema	%	Bodovi	Broj zadataka
<b>I područje:</b> -Skupovi brojeva N, Z, Q, I, R -Stepeni sa cjelobrojnim eksponentom -Cijeli algebarski izrazi (polinomi) -Racionalni algebarski izrazi -Procentni račun, omjer, proporcija	2	2		20	20	4
<b>II područje:</b> -Linearna funkcija -Linearne jednačine i nejednačine -Sistemi linearnih jednačina	1		1	10	10	2
<b>III područje:</b> -Korijeni i operacije sa korijenima -Kompleksni brojevi	1	1		10	10	2
<b>IV područje:</b> -Kvadratna funkcija i kvadratna nejednačina -Kvadratna jednačina (diskriminanta, Vieteova pravila)		1	1	10	10	2
V. područje -Eksponencijalna funkcija, eksponencijalne jednačine. - Pojam logaritma., logaritamska funkcija, logaritamska jednačina, primjena logaritma	1	1		10	10	2
VI. područje - Planimetrija. Stereometrija. - Trigonometrija. Analitička geometrija	2	1	1	20	20	4
VII. područje - Binomni obrazac. - Aritmetički i geometrijski niz. - Realna funkcija: Osobine	1	2	1	20	20	4
	<b>40%</b>	<b>40%</b>	<b>20%</b>	<b>100%</b>	100	20

**Tabela 4. Struktura testa iz Matematike na višem nivou**

Postotni udio pojedine ispitne cjeline odnosi se na postotak ukupnoga broja bodova. Moguće odstupanje udjela pojedine cjeline iznosi  $\pm 5\%$ .

## 5. TEHNIČKI OPIS ISPITA

### 5.1. Trajanje ispita

Ispit iz Matematike je pismeni. Ispit se piše bez prekida. Integralni test i test iz matematike na višem nivou se radi najviše 180 minuta.

### 5.2. Izgled ispita i način rješavanja

Učenici dobivaju test sa dijelom sa formulama, list za odgovore kod integralnog testa i listove za rad (ocjenjivački list).

Test je jedinstven, obuhvaća sve ispitne cjeline te učenici mogu sami odrediti redoslijed rješavanja zadataka. Od učenika se očekuje da pažljivo pročitaju upute koje će slijediti tokom rješavanja ispita.

Učenicima prije ispita treba naglasiti da dobro pročitaju upute prije zadataka, jer je u njima opisan i način obilježavanja točnih odgovora. Zadatke višestrukoga izbora učenici rješavaju obilježavanjem slova točnoga odgovora između četiriju ponuđenih.

Ako u zadacima višestrukoga izbora učenik obilježi više od jednoga odgovora, zadatak će se bodovati s 0 (nula) bodova bez obzira na to što je među obilježenima i točan odgovor. U zadacima kratkoga odgovora učenici upisuju odgovor na predviđeno mjesto u testu. U zadacima produženoga odgovora, koje sadrži isključivo viši nivo ispita, učenici trebaju prikazati postupak rješavanja te upisati odgovor i postupak na predviđeno mjesto u testu. Za rješavanje zadataka učenici mogu koristiti listove za rad, ali moraju, u skladu s navedenim uputama, prepisati ono što se od njih traži na Ocjenjivački list.

### 5.3. Pribor

Tokom pisanja ispita iz Matematike dopušteno je koristiti uobičajeni pribor za pisanje i brisanje (olovka, kemijska olovka plave ili crne boje i gumica). Potreban je geometrijski pribor (trokut ili ravnalo i šestar) i džepno računalo (tzv. znanstveni kalkulator) koje se može koristiti tokom cijeloga ispita. Formule su sastavni dio ispitnoga materijala. Učenicima **nije dopušteno** donijeti niti koristiti nikakve druge listove s formulama. Za vrijeme ispita učenici ne nose mobile telefon.

## 6. PRIMJERI ZADATAKA PO NASTAVNIM TEMAMA I PO NIVOIMA

U ovome su poglavlju su primjeri zadataka za svako područje, tematski sadržaj i za svaki nivo zahtjeva dostizanja ishoda sa tačnim odgovorom i načinom bodovanja.

Kod integralnog testa, zadatak višestrukoga izbora sastoji se od **upute** (u kojoj je opisan način rješavanja zadatka i koja je zajednička za sve zadatke toga tipa u nizu), **osnove** (pitanja) te **četiriju ponuđenih odgovora** od kojih je jedan tačan.

Za pomoć pri računanju možete pisati i po stranicama testa. Tačne odgovore kod integralnog testa morate označiti popunjavanjem kružića na ocjenjivačkom listu crnom hemijskom olovkom.

### I PODRUČJE

#### SKUPOVI BROJEVA I OPERACIJE

##### Niži nivo:

-zna prepoznati i identifikovati brojeve iz skupova N,Z,Q,I,R

1. Koji od datih brojeva nije racionalan: a) 5, b)  $\sqrt{5}$ , c)  $\frac{5}{6}$ , d) -5 e)  $5\pi$ ?

-odrediti njihove apsolutne vrijednosti

2. Apsolutna vrijednost gornjih realnog broja: a) 5, b)  $\sqrt{5}$ , c)  $\frac{5}{6}$ , d) -5 e)  $5\pi$ ?

-zna redoslijed izvođenja računskih operacija u skupovima brojeva

3.  $18:3+8\cdot 2+16-5$

-zna izračunati jednostavnije brojne izraze sa I bez apsolutne vrijednosti

4.  $|8 - 11|:(-3)+8\cdot |2|$

-zna upotrijebiti simbole intervala (a,b), [a,b), (a,b], [a,b]

5. Koja relacija je tačna: a)  $2\in(2,5)$ , b)  $2\in[2,5)$ , c)  $2\in(2,5]$ , d)  $2\in[2,5]$ ?

-zna napisati dati skup realnih brojeva intervalima I prikazati ga na brojnoj osi

6. Rješenje nejednačine  $x < 6$  u skupu realnih brojeva je interval: a)  $(-\infty, 6)$ , b)  $(-\infty, 6]$ , [0,6], (0,6)

##### Srednji nivo:

-upoređuje brojeve iz skupova N,Z,Q,I,R.

7. Uporediti brojeve  $\frac{-4}{3}$  ili  $\frac{-5}{4}$ .

-pretvara iz jednog oblika u drugi, upoređuje ih

8. Poredati brojeve po veličini:  $-3, \sqrt{9}, \frac{-6}{3}, \frac{-3}{6}, \sqrt{10}, \sqrt{7}$



-računa vrijednosti brojnih izraza poštujući redoslijed računskih operacija

9.  $18 : (-3) + 8 \cdot 2 + \frac{3}{4} \cdot 16$

-računa vrijednosti brojnih izraza sa apsolutnim vrijednostima

$|-18| : (-3) + 8 \cdot 2 + \left| -\frac{3}{4} \right| \cdot 16$

### Viši nivo

-rješava složenije tipove zadataka (brojne izraze) I probleme

a)  $3\frac{3}{4} \cdot 2\frac{2}{3} - 6\frac{1}{8} : 3\frac{1}{2}$ , b)  $3\frac{3}{4} \cdot (2\frac{2}{3} - 6\frac{1}{8}) : 3\frac{1}{2}$ , c)  $3\frac{3}{4} \cdot (2\frac{2}{3} - 6\frac{1}{8} : 3\frac{1}{2})$

-primjenjuje računanje pri rješavanju matematičkih problema iz svakodnevnog života

10. Zbir brojeva 3 i 15 umanjiti za njihovu dvostruku razliku.

## STEPENI S CJELOBROJNIM EKSPONENTOM

### Niži nivo :

- računa vrijednost stepena sa cjelobrojnim eksponentom i cjelobrojnom bazom

1. Vrijednost datog stepena  $3^4$  je

- a) 12                      b) 3                      c) 81                      d) 45                      (Zaokruži tačan odgovor.)

### Srednji nivo :

-računa vrijednost jednostavnijih brojnih izraza sa racionalnom bazom

2. Upariti date vrijednosti stepena:

- a)  $\left(-\frac{4}{3}\right)^0$                       10  
b)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$                       -1  
c)  $(-1)^3$                       1  
d)  $(0.1)^{-1}$                       4  
a) 10,-1,1,4,                      b) 1,4,-1,10                      c) 1,4,-1,10                      d) 4,1,-1,10

3. Uprostiti izraz  $(xy^2)^4 : x^3y^2 = ?$

4. Vrijednost izraza  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - \left(\frac{6}{1}\right)^{-2}$  je

- a) 2                      b) 10                      c) 12                      d) 8 (Zaokruži tačan odgovor.)

### Viši nivo :

-rješava složenije brojne izraze sa racionalnom bazom

5. Jednostavniji oblik algebarskog razlomka  $\frac{36x^5y^{-2}z^{-5}}{42y^3x^4z^{-6}}$  je

- a)  $\frac{9x^2y}{14z^2}$       b)  $\frac{6xz}{7y^5}$       c)  $\frac{7x^3z^2}{7y^4}$       d)  $\frac{4xz}{9y^5}$  (Zaokruži tačan odgovor.)

## CIJELI ALGEBARSKI IZRAZI

### Niži nivo:

-zna odrediti stepen polinoma i urediti polinome po rastućim ili opadajućim koeficijentima

1. Napisati polinom po opadajućim eksponentima I odrediti njegov stepen  $3x-2x^3+4x^2-5x^4+3+8x^5$

-zna izračunati vrijednost cjelobrojnog algebarskog izraza za datu cjelobrojnu varijablu

2. Izračunati vrijednost polinoma  $P(x)=x^3+4x^2-3x+4$ , ako je  $x=-2$

-razlikuje cijele algebarske izraze po broju članova (monom, binom,...)

3. Šta od navedenog nije monom:

- a)  $2x^3$     b)  $2x^3 + 1$     c)  $-3xy^2$     d)  $x^2 - x^4$  ?

-uočava slične monomer

4. Koji od monoma:

- a)  $2xy^2$     b)  $-2x^2y$     c)  $4xy^3$     d)  $4xy$

je sličan monomu  $4xy^2$  ?

-izvodi operacije sabiranja, oduzimanja I množenja sa monomima I binomima

5. Odrediti zbir, razliku i proizvod

a) monoma  $3x^4$  i binoma  $4x+5$ , b) monoma  $3x^4$  i trinoma  $2x^2-4x+5$ , c) binoma  $4x+5$  i  $2-4x$

### Srednji nivo:

-izvodi osnovne matematičke operacije s polinomima (sabiranje, oduzimanje, množenje i dijeljenje)

6. Srediti izraz i odrediti stepen dobijenog polinoma

$$3x^4(4x+5) + 3x^4(2x^2-4x+5) - (4x+5)(2-4x)$$

-zna izračunati vrijednost cjelobrojnog algebarskog izraza za datu realnu varijablu

7. Izračunati vrijednost polinoma  $P(x)=x^3+9x^2-3x+4$ , ako je  $x=-\frac{2}{3}$

-kvadrirati i kubirati binom

8. Stepenovati  $(3x+4)^2$ ,  $(2x-1)^3$

-vlada metodama za rastavljanje polinoma na faktore (izvlačenje zajedničkog faktora ispred zgrade, razlika kvadrata)

6. Rastaviti date polinome na prostije faktore

- a)  $8a^2b-16ab$       d)  $25x^2-64y^2$

**Viši nivo:**

-analizira i rješava problem svođenja polinoma na prostije faktore

9. Rastaviti date polinome na prostije faktore  $18x^2-8$

-stepenuje binom I trinom

10.. Stepenovati  $(\frac{3}{4}x+8)^2$ , b)  $(x+3-y)^2$

**RACIONALNI ALGEBARSKI IZRAZI****Niži nivo**

-zna odrediti definiciono područje racionalnog algebarskog izraza

1. Odrediti definiciono područje racionalnog algebarskog izraza  $\frac{5x+1}{x}$ ,

-zna izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu cjelobrojnu varijablu

2. Izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu cjelobrojnu varijablu

$\frac{5x+1}{x+2}$ , ako je  $x=-3$ .

**Srednji nivo:**

-zna izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza za datu realnu varijablu

3. Izračunati vrijednost racionalnog algebarskog izraza

$\frac{5x+1}{x^2-4}$  ako je  $x=\frac{-2}{3}$ .

-zna pojednostaviti racionalni algebarski izraz (primjena metoda za rastavljanje na prostije faktore I skratiti)

4. Pojednostaviti racionalni algebarski izraz  $\frac{4a^2-2ab}{8a-4b}$

**Viši nivo:**

-obavljati osnovne računске operacije sa složenijim racionalnim algebarskim izrazima

5. Pojednostaviti racionalni algebarski izraz  $\left[ \frac{(x+y)^2-4y^2}{x^2-y^2} - \frac{x-y}{x+y} \right] : \frac{2y}{x+y}$

**OMJER, PROPORCIJE I PROCENTNI RAČUN****Niži nivo:**

-prepozna pojam razmjere i proporcije

1. Šta je od navedenog razmjera, a šta proporcija:

a)  $a:b$  \_\_\_\_\_

b)  $a : b = c : d$  \_\_\_\_\_

-zna riješiti proporcije

2. Riješiti proporciju  $3 : x = \frac{6}{7} : 5$

-imenuje osnovne pojmove i elemente procentnog računa

3. Tri osnovne veličine u procentnom računu su: (Dopuni odgovor!)

-razlikuje direktnu i obrnutu proporcionalnost

4. Na prazno polje upisati da li je data funkcija obrnute ili direktne proporcionalnosti: Funkcija  $y = 2x$  je funkcija \_\_\_\_\_ proporcionalnosti, a funkcija  $y = \frac{2}{x}$  je funkcija \_\_\_\_\_

proporcionalnosti.

-zapisuje procenat u obliku decimalnog broja

2. Zapisati procenat u obliku decimalnog broja 0,4%,

-zna odrediti procenat date veličine

3. Odrediti procenat date veličine 5% od 70

### **Srednji nivo:**

-analizira i upoređuje rješenja razmjere i proporcije

-poznaje račun veličina direktne i obrnute proporcionalnosti

4. Ako tri metra platna koštaju 18KM, koliko košta pet metara tog platna?

-računa procenat, procentni iznos i glavnice

5.a) Izračunati glavnice ako je procentni iznos 15% od ukupne sume novca iznosi 350 KM. Kolika je ta suma?

b) Izračunati procentni iznos. Koliko iznosi 5% od 16 000 KM?

c) Izračunati procenat. Koliko iznosi u procentima iznos od 150KM od glavnice 1.2000 KM

### **Viši nivo:**

-primjenjuje stečeno znanje u rješavanju praktičnih problema iz stvarnog života

6. Početna cijena knjige je 20KM, prvo je poskupila za 30%, a zatim pojeftinila za 30%. Kolika je sada cijena knjige?

## II PODRUČJE

### LINEARNA FUNKCIJA

#### Niži nivo:

-prepoznaje linearnu funkciju

1. Koja od datih funkcija je linearna:

a)  $f(x)=3$ , b)  $f(x)=3x-2$ , c)  $f(x)=x^2 + 2$ ?

-računa vrijednost funkcije za datu promjenljivu

2. Izračunati vrijednost funkcije  $f(x)=2x+5$  za a)  $x=3$ ,

Provjeriti da li tačka  $A(1,7)$  pripada datoj funkciji.

#### Srednji nivo:

-izražava formulom linearnu funkciju

1. Kako glasi opći oblik linearne funkcije?

-određuje njen domen I nulu funkcije

2. Odrediti domen i nulu funkcije a)  $f(x)=2x+4$ ,

-predstavlja datu funkciju tabelarno I grafički

3. Predstaviti datu funkciju tabelarno I grafički  $f(x)=2x+4$

#### Viši nivo:

-formulira funkcije na osnovu grafika ili tabele

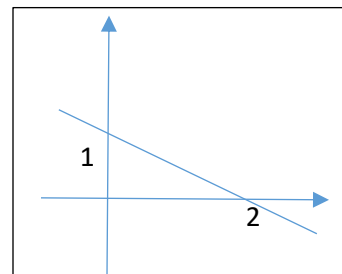
4. Kako glasi funkcija čiji je tabelarni prikaz naveden u slijedećoj tabeli

x	0	1	2	3
f(x)	1	3	5	7

-ispituje, ili uviđa sa grafika osobine linearne funkcije

5. Pripada li tačka  $A(1,1)$  datoj funkciji koja je prikazana grafikom

- formulira funkcije na osnovu datih podataka (k, n ili tačke kroz koje funkcija prolazi)



6. Odrediti vrijednost parametra tako da prava  $f(x)=ax+5$  prolazi tačkom  $(2,13)$ .

-primjenjuje I koristi znanje iz linearne funkcije na problemske zadatke

7. Izračunati vrijednost funkcije  $f(x)=x+n$  za  $x=7$ , ako je poznato da ona prolazi tačkom  $A(3,5)$ .

## LINEARNA JEDNAČINA I NEJEDNAČINA

### Niži nivo:

-razlikuje nepoznatu veličinu I parametar

1. Riješiti jednačinu po nepoznatoj  $x$ ,  $x+5=a-2$

-rješava jednostavnije linearne jednačine

2. Riješiti jednačinu:  $3x+5=-7$

-prepoznaje tipove jednačina: određena, neodređena I proturječna jednačina

3. Provjeriti da li je broj  $x=-1$  rješenje jednačine  $3x-4=-7x$

-uočava razliku između jednačina I nejednačina, kao I njihovih rješenja (broj I interval)

4. Riješiti jednačinu  $2x+6=x+10$ ,

### Srednji nivo:

- izdvoji nepoznatu veličinu datu na više mjesta u jednačini

5. Riješiti jednačinu  $4x-3+x=2x-1$

-svoditi jednačine na ekvivalentne sa jednostavnijim oblikom

6. Riješiti jednačinu:  $3x+5-2x+2=x-7+2x$ ,

-analizira i upoređuje rješenja nejednačina

7. Rješenje nejednačine  $3x+5 \leq 2$  je a)  $(-\infty, -1)$ , b)  $(-\infty, -1]$ ,

-rezimira rješenja

-rješava jednostavnije jednačine sa apsolutnim vrijednostima

8.  $2|x| - 5 = |x| + 2$

### Viši nivo:

-primjenjivati I upotrebljavati stečeno znanje u rješavanju praktičnih problema iz svakodnevnog života(rješavanje problemskih zadataka pomoću jednačina ili nejednačina)

9. Polovina nekog broja je za 4 veća od njegove trećine. Koji je to broj?

-rješava složenije linearne jednačine

10. a)  $\frac{3x-5}{x-1} - \frac{2x-5}{x-2} = 1$ , b)  $\frac{2x+2}{4x^2-9} - \frac{5}{2x+3} + \frac{5}{2x-3} = 0$ .

-rješava složenije linearne nejednačine

10. a)  $\frac{x+1}{3} - \frac{3x}{5} + x > \frac{x}{15} - 1$ , b)  $\frac{8}{2x+1} < 3$

## SISTEMI LINEARNIH JEDNAČINA

### Niži nivo:

-prepoznati opći oblik sistema linearnih jednačina

-uočava da je uređeni par rješenje sistema

-zna provjeriti da li je dati par rješenje datog sistema

47. Provjeriti da li je par (4,3) rješenje datog sistema  $2x+5y=23$ ,  $x-6y=-14$

### Srednji nivo:

-razumije bar jednu od metoda rješavanja sistema linearnih jednačina

48. Riješiti sistem jednačina proizvoljnom metodom  $2x+5y=23$ ,  $x-6y=-14$

### Viši nivo:

-vlada metodologijom više različitih metoda za rješavanje sistema

49. Riješiti sistem jednačina  $2x+5y=23$ ,  $x-6y=-14$  a) metodom suprotnih koeficijenata, b) metodom supstitucije, c) metodom determinanti

-rješava problemske zadatke pomoću sistema jednačina

50. Prije 4 godine otac je bio 7 puta stariji, a nakon 4 godine otac će biti 3 puta stariji od sina. Koliko godina sada ima otac, a koliko sin?

## III PODRUČJE

### KORIJENI I OPERACIJE SA KORIJENIMA

#### Niži nivo:

-izračunava vrijednost korijena sa racionalnim radikandom

-sabira, oduzima, množi i dijeli korijene istih eksponenata

1. Vrijednost korijena  $\sqrt{\frac{9}{4}}$  je:

a) 1                      b)  $\pm \frac{3}{2}$                       c)  $\frac{3}{2}$                       d)  $-\frac{3}{2}$

2. Saberi (oduzmi) korijene:  $2\sqrt{2} - \sqrt{5} + \sqrt{2} - 2\sqrt{5}$

a)  $2\sqrt{4} - 3\sqrt{10}$                       b)  $3\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$  c)  $3\sqrt{2}$                       d)  $6\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$

3. Podijeli korijene  $\sqrt[3]{54 a^{11} b} : \sqrt[3]{9 a^3 b}$

a)  $\sqrt[3]{6 a^8 b}$                       b)  $\sqrt[3]{6 a^8}$                       c)  $\sqrt[3]{6 a^{14} b^2}$                       d)  $\sqrt[3]{45 a^8 b}$

4. Stavi broj na crtu u desnoj koloni, koji odgovara broju u lijevoj koloni, da bi formulacija (izjava) bila tačna, a potom zaokruži jednu od ponuđenih kombinacija (koja je tačna)

- |  |   |
|--|---|
| 1. korijeni se sabiraju (oduzimaju) samo ako imaju | _____ iste eksponente                             |
| 2. korijeni se množe (dijele) samo ako imaju       | _____ pomnožimo eksponente, a radiknd prepíšemo   |
| 3. korijeni se korjenuju:                          | _____ iste eksponente i iste radikande            |
| 4. korijene stepenujemo:                           | _____ prepíšemo eksponent, a radikand stepenujemo |
- a) 3124                      b) 1324                      c) 4231                      d) 2314

### Srednji nivo:

- proširuje i skraćuje korijene
- parcijalno korjenjuje
- racionalizuje nazivnik

1. ) Izvrši djelimično korjenovanje  $\sqrt{50}$

2. Saberi (oduzmi):  $2\sqrt{2} - 3\sqrt{3} + 5\sqrt{27} - 2\sqrt{8}$

a)  $-2\sqrt{2} + 12\sqrt{3}$       b) 1      c)  $-6\sqrt{2} + 18\sqrt{3}$       d)  $2\sqrt{22}$  (zaokruži tačan odgovor)

3. Nakon skraćivanja korijena  $\sqrt[12]{8}$  njegova vrijednost je:

a)  $\sqrt[4]{2}$                       b)  $\sqrt[3]{4}$                       c)  $\sqrt[6]{2}$                       d)  $\sqrt{2}$

4. Pomnoži korijene  $\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{x^2} \cdot \sqrt[4]{2a} =$

a)  $\sqrt[12]{2a^2x^2}$       b)  $\sqrt[12]{8a^9x^8}$       c)  $\sqrt[6]{4a^4x^4}$       d)  $\sqrt[12]{2a^9x^8}$  (zaokruži tačan odgovor)

5. Racionaliziraj nazivnik razlomka  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ :

a)  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$       b)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       c)  $\sqrt{5}$       d)  $\frac{2}{5}$  (zaokruži tačan odgovor)

### Viši nivo:

- izračunava vrijednosti izraza
- radi korjenovanje korijena,
- stepeni s realnim eksponentom,
- racionalisanje nazivnika koji je oblika zbira ili razlike

1. Vrijednost izraza  $16^{0,5} - \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$  je:

a)  $\frac{1}{2}$                       b) 1                      c) 12                      d) 3

2. Vrijednost izraza  $(\sqrt[3]{x^2y^{-1}} : \sqrt{x^{-1}y^{-2}}) \cdot \sqrt[4]{x^{-5}y^{-3}} =$  je:

a)  $\sqrt[12]{\frac{y}{x}}$                       b)  $\sqrt[12]{\frac{x}{y}}$                       c)  $\sqrt[12]{xy}$                       d)  $\sqrt[12]{\frac{1}{xy}}$



3. Vrijednost izraza  $\sqrt{\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}}$  jeste:

- a)  $\sqrt{128}$       b)  $\sqrt[8]{8}$       c)  $\sqrt[16]{128}$       d)  $\sqrt{8}$

4. Stepen  $8^{-\frac{2}{3}}$  u obliku korijena zapisujemo sa:

- a)  $\sqrt{8^3}$       b)  $\sqrt[3]{8^2}$       c)  $\sqrt[3]{\frac{1}{8^2}}$       d)  $\sqrt{8^{-3}}$

5. Nakon racionalizacije nazivnika izraz  $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$  jednak je :

- a)  $\frac{1-\sqrt{15}}{2}$       b)  $\frac{\sqrt{15}-1}{2}$       c)  $\frac{\sqrt{15}}{4}$       d)  $\frac{\sqrt{15}}{2}$

## KOMPLEKSNI BROJEVI

### Niži nivo:

- definiše imaginarnu jedinicu (korijen iz negativnog broja)
- prepozna opći oblik kompleksnog broja
- uoči razliku između realnog i imaginarnog dijela
- prepozna ili odredi konjugovano-kompleksan broj datom broju
- izračuna modul

1. Prema definiciji imaginarne jedinice u skupu  $\mathbb{C}$ ,  $i^2=?$

- a) 1      b) -1      c) 0      d) 2

2. Kako glasi opći oblik kompleksnog broja?

3. Realni dio kompleksnog broja  $Z = 1+2i$

- a) 1      b) 2      c) -1      d) -3

4. Imaginarni dio kompleksnog broja  $Z= 3-2i$

- a) 3      b) -2      c) -3      d)

5. Dat je kompleksan broj  $z=2+2i$ , njemu konjugovano-kompleksan broj je

- a)  $z=-2-2i$       b)  $z= 2-2i$       c)  $z=-2+2i$       d)  $z=2-2$

6. Dat je kompleksan broj  $z=3+4i$ , modul kompleksnog broja je

- a)  $|z| = 5$       b)  $|z| = 9$       c)  $|z| = 16$       d)  $|z| = 7$

### Srednji nivo:

- stepenuje imaginarnu jedinicu
- predstaviti kompleksan broj u Gausovoj ravni

-obavlja matematičke operacije sa kompleksnim brojevima (sabiranje, oduzimanje, množenje i kvadriranje)

1. Zaokružiti tačan odgovor :

$i^3 =$	1	$-i$	$i$	0
$i^4 =$	$-i$	1	$i$	1
$i^5 =$	1	$i$	$-i$	1
$i^0 =$	$-i$	1	1	$i$

2. Kompleksan broj  $z = 3 - 2i$  predstaviti u Gausovoj ravni ?

3. Dati su kompleksni brojevi  $Z_1 = 1 - 2i$   $Z_2 = -2 + 3i$ , tada je  $z_1 + z_2$

- a)  $-3 - 5i$    b)  $-1 + i$    c)  $1 + i$    d)  $3 + 5i$

4. Dopuniti  $(1 - i\sqrt{3})^2 = \dots - 2i\sqrt{3} + \dots$

5. Dati su kompleksni brojevi  $Z_1 = 1 - 3i$   $Z_2 = 2 + 4i$ , proizvod  $z_1 z_2 =$

- a)  $14 - 2i$    b)  $10 + 10i$    c)  $-10 + 2i$    d)  $-2 - 2i$

#### Viši nivo:

-obavlja matematičke operacije sa kompleksnim brojevima (sabiranje, oduzimanje i množenje i dijeljenje)

-rješava jednačine sa kompleksnim brojevima

1. Dati su kompleksni brojevi  $Z_1 = -1 - 3i$   $Z_2 = -2 + i$ , tada je  $(z_1 - z_2) z_1$  ?

- a)  $-13 + i$    b)  $13 + 7i$    c)  $11 + i$    d)  $-11 + i$

2. Ako je  $Z_1 = 2 + i$ , odredi kompleksan broj  $Z = x + iy$  tako da vrijedi

$$\operatorname{Re}(Z/\bar{Z}_1) = -3/5, \operatorname{Im}(ZZ_1) = 1$$

- a)  $x = 1, y = -1$    b)  $x = -1, y = 1$    c)  $x = -1, y = -1$

## IV PODRUČJE

### **KVADRATNE JEDNAČINE I VIETOVA PRAVILA**

#### **Niži nivo:**

- uočava kvadratnu jednačinu, njene koeficijente
- zna riješiti kvadratnu jednačinu tipa  $ax^2+bx+c=0$ ,  $a \neq 0$
- zna provjeriti da li su dati brojevi rješenja date jednačine

1. Riješiti jednačine: a)  $x^2 - 7x + 12 = 0$ , b)  $9x^2 + 18x + 5 = 0$ , c)  $x^2 - 9x = 0$ , d)  $x^2 - 9 = 0$ ,

2. Odrediti koeficijente kvadratne jednačine  $x^2 + x - 3 = -2x^2 - 3x + 3$

3. Provjeriti da li je  $x = -3$  rješenje kvadratne jednačine " $x^2 + 7x + 12 = 0$ ."

#### **Srednji nivo:**

- zna razlikovati I riješiti potpune I nepotpune kvadratne jednačine
- skup rješenja prikazuje na brojnoj pravoj I pomoću intervala

4. Riješiti jednačine:  $(x+3)(x-2)+(x+2)^2-3x-10=0$ ,

5. Provjeriti da li su brojevi  $\frac{-3}{7}$  i  $\frac{1}{7}$  rješenja jednačine  $49x^2=3-14x$ .

#### **Viši nivo:**

- analizira rješenja kvadratne jednačine u zavisnosti od diskriminante

6. Za koje vrijednosti parametra  $m$  jednačina  $2x^2-8x+m+10=0$  ima realna različita rješenja?

- analizira I rješava kvadratne jednačine primjenom Vieteovih pravila

7. U jednačini  $3x^2+mx-2=0$  odrediti parametar  $m$  tako da za njena rješenja vrijedi  $x_1^2 + x_2^2 = \frac{13}{9}$ .

8. Napisati kvadratnu jednačinu koja ima rješenja  $x_1 = 2 - i$ ,  $x_2 = 2 + i$ ,

### **KVADRATNA FUNKCIJA I KVADRATNE NEJEDNAČINE**

#### **Niži nivo:**

- prepozna grafik kvadratne funkcije, odredi vrijednost date funkcije za datu varijablu
- provjeri da li data tačka pripada funkciji

1. Izračunati vrijednost funkcije  $f(x)=x^2+5x-3$  za a)  $x=-3$ ,

2. Provjeriti da li tačka  $A(0,-3)$  pripada grafiku funkcije  $f(x)=x^2+5x-3$ .

### Srednji nivo:

- objasni zavisnost grafa od kvadratnog koeficijenta
- određuje domen, nule i tjeme kvadratne funkcije
- povezuje broj nula funkcije s diskriminantom
- rješava kvadratne nejednačine koristeći nule funkcije i graf
- rješava kvadratne nejednačine koristeći rastavljanje kvadratnog trinoma na faktore

1. Kako izgleda parabola u zavisnosti od koeficijenta  $a$ ?
2. Odrediti domen, nule i tjeme kvadratne funkcije a)  $f(x)=x^2+5x+6$ , b)  $f(x)=x^2-4x+4$ .
3. Kakva mogu biti rješenja u zavisnosti od diskriminante?
4. Riješiti kvadratne nejednačine: a)  $x^2+5x+6>0$ , b)  $x^2-9x+20\leq 0$ , c)  $x^2+5x<0$ , d)  $x^2-9\geq 0$ .
5. Rastavljanjem na faktore, riješiti nejednačinu b)  $x^2-6x-7\leq 0$ ,

### Viši nivo:

- ispita kvadratnu funkciju (domen, nule, tjeme), skicira njen grafik i odredi tok funkcije
- očitava sa grafika nule funkcije, znak, ekstrem i vrstu ekstrema
- diskutuje grafik funkcije u zavisnosti od koeficijenata i diskriminante
- rješava nejednačine koje se svode na kvadratne nejednačine koristeći rastavljanje kvadratnog trinoma na faktore ili graf odgovarajuće parabole
- uspostavlja odnos između poznavanja grafika i rješavanja problema ekstrema
- koristi stečeno znanje na problem iz stvarnog života

1. Ispitati i nacrtati grafik funkcije  $y = 2x^2 - x - 3$ .
2. Ispitati ekstrem funkcije  $y = 3x^2 - x - 2$ .
3. U skupu funkcija  $y = -mx^2 + (m-n)x - n$ ,  $m, n \in \mathbb{R}$ , odrediti funkciju koja ima maksimum  $-3$  za  $x = -1$ .
4. Riješiti nejednačine:  $\frac{x^2+4x+5}{x^2-5x+6} < 0$ .
5. Za koje vrijednosti parametra  $m$  jednačina  $mx^2 + (1 + 3m)x + m = 0$  ima konjugovano-kompleksna rješenja?
6. Za koje vrijednosti parametra  $m$  funkcija  $y = (m-3)x^2 + 4x + 2$  je negativna u cijeloj svojoj domeni?
7. Od žice dužine 16 cm treba napraviti pravougaonik maksimalne površine. Odrediti stranice takvog pravougaonika.

## V PODRUČJE

### EKSPONENCIJALNA FUNKCIJA

#### Niži nivo:

- Računa sa stepenima racionalnog eksponenta.
- Stepene jedne osnove pretvara u stepene druge osnove.
- Računa vrijednost eksponencijalne funkcije.
- Skicira grafik eksponencijalne funkcije.

1)  $5 \cdot 3^n - 3^{n+1} = ?$

2) U kojoj tački grafik funkcije :  $f(x) = 2^{x-1}$ , siječe osu Oy?

3) Izračunati  $3^{-2x}$ , za  $x = -\frac{1}{2}$ .

4) Izbaciti uljeza:  $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, 27, 1, 81, 2, \frac{1}{3}, \sqrt{3}$

5) Zadana je funkcija  $f(x) = 3^x + 2$ .

a) Odredite skup svih vrijednosti (sliku) funkcije?

b) Koliko rješenja ima jednačina  $f(x) = 3$  ?

6) Zadana je funkcija  $f(x) = 2^x - 8$ .

a) Odredite nultačku funkcije f ?

b) Izračunajte  $f(-5)$ .

7) Popuni tabelu :

x	-2	0	$\frac{1}{2}$	1
$f(x) = 3^{-x}$				

8) Skicirati grafik

funkcije  $f(x) = 2^x$

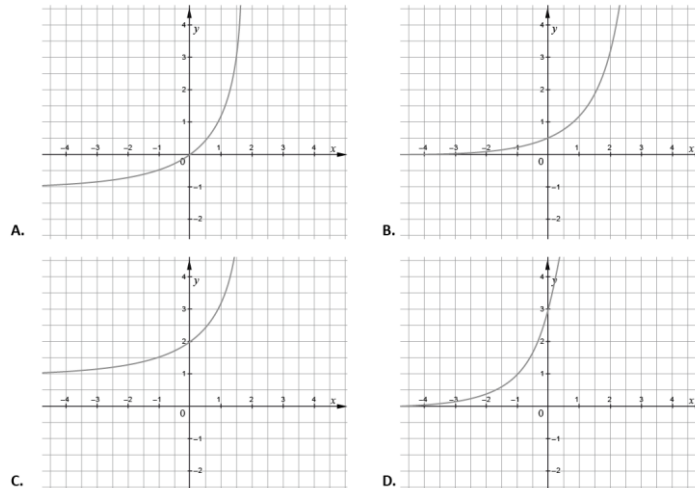
#### Srednji nivo:

- Stepene složenog eksponenta pretvara u proizvod, količnik ili korijen.
- Crta grafik funkcije  $y = e^x$ .
- Analizira osobine eksponencijalne funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom.
- Razumije monotonost funkcije.

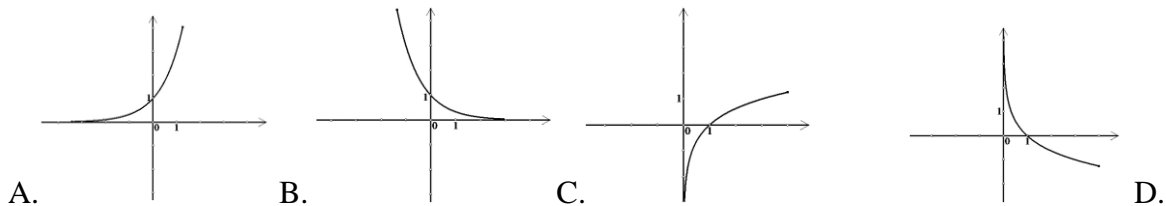
9) Izračunati:  $\frac{0,01^{-1,5} \cdot \sqrt{10}}{0,001^{-\frac{1}{2}}}$

10) Ako je:  $e^{10k} = \frac{6}{5}$ , izračunati  $e^{5k}$  ?

11) Na kojoj je slici prikazan graf funkcije  $f(x) = 3^{x+1}$  ?



12) Na kojoj je slici prikazan graf funkcije  $f(x) = 3^x$  ?



13. Izbaciti uljeza:  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{9}$ , 27, 1, 81, 2,  $\frac{1}{3}$ ,  $\sqrt{3}$

14) Nakon utrke puls (broj otkucaja srca u minuti) trkača mijenja se prema formuli  $P(t) = 150 \cdot 2^{-0.13t}$  gdje je  $t$  vrijeme u minutama nakon završetka utrke. Koliki je puls trkača 2 minute nakon završetka utrke?

**Viši nivo:**

- Prepoznaje eksponencijalnu ovisnost.
- Određuje tok znak i asimptote eksponencijalne funkcije oblika:  $y = a^{f(x)}$ , ( $0 < a < 1$ ,  $a > 1$ ).
- U problemima opisanim eksponencijalnom funkcijom računa vrijednost funkcije zadanog argumenta.
- Modelira eksponencijalnom funkcijom

14) Svemirska sonda putuje prema planeti udaljenoj  $4 \cdot 10^9 km$  od Zemlje. Nakon što je prošla četvrtinu puta, izgubila je vezu s bazom na Zemlji. Veza je ponovno uspostavljena na udaljenosti  $1.3 \cdot 10^9 km$  od Zemlje. Koliko je kilometara sonda preletjela bez kontakta s bazom?

15) Sila trenja čeličnog užeta omotanog oko željeznog valjka omogućuje da se neka veća sila  $P$  drži u ravnoteži manjom silom  $P_0$ . Veza između  $P$  i  $P_0$  zadana je formulom  $P = P_0 \cdot 3^n$ , gdje  $n$  označava broj namotaja. Koliki teret možemo držati pomoću sile od 50N ako imamo 3 namotaja.

## EKSPONENCIJALNE JEDNAČINE

Niži nivo:

-Primjenjuje i formulira operacije s stepenima i korijenima.

-Prepoznaje i rješava jednostavnije eksponencijalne jednačine  $a^{f(x)} = a^{g(x)}$  ( $0 < a < 1$ ,  $a > 1$ ).

1) Izračunajte:  $4^{\frac{3}{2}} \cdot \left(27^{\frac{1}{3}}\right)^{-2}$  i rezultat napišite kao razlomak.

2) Riješiti jednačinu:  $4^{5-9x} = \frac{1}{8^{x-2}}$

**Srednji nivo:**

-Prelazi iz jednog prikaza stepena racionalnog eksponenta u drugi prikaz.

-Rješava eksponencijalne jednačine koje sadrže stepene različitih osnova.

-Rješava eksponencijalne jednačine koje se smjenom svode u kvadratne.

3) Napišite  $\frac{3^{2a-1}}{81^a} \cdot 27^{-1}$  u obliku stepena s bazom 3.

4) Riješiti jednačinu:  $32^{x+1} = \frac{\sqrt{8}}{4}$

5) Riješiti jednačinu:  $2^x + \frac{9}{2^x} = 10$ .

**Viši nivo:**

-Razumije da je jednačina oblika:  $a^x = b$  ( $0 < a < 1$ ,  $a > 1$ ),  $b < 0$  nemoguća.

-Rješava složenije eksponencijalne jednačine koje sadrže stepene različitih osnova.

12) Skup rješenja jednačine:  $8^{2x} = 0$  je

a)  $\{\emptyset\}$  b)  $\{0\}$  c)  $\{-\infty, +\infty\}$  d)  $\{1\}$

6) Riješiti jednačinu:  $8 \cdot 16^x = 7 \cdot 14^x$

7) Riješiti jednačinu:  $2^{2x+1} \cdot 9^{x+1} = 3 \cdot 6^{x+3}$

## POJAM LOGARITMA

### Niži nivo:

- Određuje vrijednost logaritma zadane osnove i numerusa.
- Računa vrijednost brojnog izraza koristeći definiciju logaritma.

1) Vrijednost izraza  $\log 100 - \log 10 + \log 1000$  je ?

2) Izračunaj  $x$  ako je  $\log_2 x = -3$ .

3) Vrijednost izraza  $\log_3 \frac{1}{27} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{27}$  je ?

### Srednji nivo:

- Određuje osnovu ( numerus ) ako je poznata vrijednost logaritma.
- Primjenjuje i navodi pravila logaritmovanja.
- Povezuje eksponencijalnu i logaritamsku funkciju i određuju inverznu funkciju.
- Razlikuje dekadski i prirodni logaritam.

4) Izračunaj  $x$  ako je: a)  $\log_x 8 = 3$     a)  $\log_2 \frac{1}{8} = x$     c)  $\log_{\sqrt{2}} x = -1$ .

5) Koliko je:  $\log 25 + \log 4$ ?

6) Za pozitivni realni broj  $x$  vrijedi da je:  $\log_3 x = 2$ . Koliko je tada  $\log_x 9$ ?

6) Odredi domenu funkcije:  $y = \ln(x+3) - 2$

7) Odredi inverznu funkciju funkcije:  $y = \ln(2x+1)$ .

### Viši nivo:

- Rješava eksponencijalnu jednačinu oblika:  $a^x = b$  ( $0 < a < 1$ ,  $a > 1$ ),  $b > 0$
- Prelazi iz eksponencijalnog u logaritamski oblik i obrnuto.

8) Zapiši u eksponencijalnom obliku:  $\log_{\sqrt{3}} 81 = 8$

9) Ako je  $\log_2 10 = a$ , onda je  $\log_4 1000 = ?$

10) Čemu je jednako:  $\log_2 \frac{4}{2^{x+1}}$ ?

11) Odrediti vezu između veličina  $x$  i  $y$  ako je:  $\log_{16} x = \log_2 y$



## LOGARITAMSKA FUNKCIJA

### Niži nivo:

-Skicira grafik jednostavne logaritamske funkcije.

1) Odrediti tačku u kojoj graf funkcije :  $y = \log_3 x$  siječe osu Ox.

### Srednji nivo:

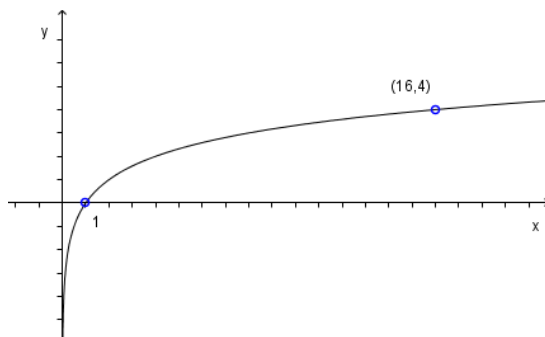
-Određuje domenu logaritamske funkcije.

-Analizira osobine logaritamske funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom.

-Razumije monotonost logaritamske funkcije

2) Odrediti domenu funkcije:  $f(x) = \log_2(x^2 + 2)$

3) Na slici je grafik funkcije  $f(x) = \log_b x$ . Odredite b ?



4) Odredite koordinate tačaka u kojima graf funkcije  $f(x) = \log_2(x + 2) + 1$  siječe koordinatne ose.

5) Koji je skup domena funkcije  $f(x) = \log(2x + 4)$ ?

6) Ako tačka  $A(2, -1)$  pripada grafu funkcije  $f(x) = \log_a x$ , izračunati  $f(8)$ .

### Viši nivo:

-Određuje domenu složenije logaritamske funkcije.

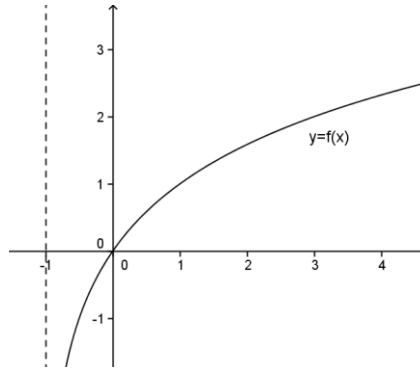
-Analizira osobine složenije logaritamske funkcije zadane pravilom pridruživanja ili grafikom.

-Određuje asimptotu logaritamske funkcije.

7) Odrediti domenu funkcije:  $f(x) = \log(2x^2 + 5x - 3)$

8) Sa grafika odrediti:

a) Domenu funkcije, b) Nulu funkcije, c) Znak funkcije d) Asimptotu funkcije



9) Nivo buke (u decibelima) zvuka inteziteta  $I$  zadana je formulom  $L = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ , gdje je  $I_0$  najmanji intezitet zvuka koji može registrovati ljudsko uho. Glasanja slavuja iznosi  $10^3 I_0$ . Izračunati glasnoću glasanja slavuja.

## LOGARITAMSKE JEDNAČINE

### Niži nivo:

- Provjerava rješenje logaritamske jednačine.
- Rješava logaritamske jednačine direktnom primjenom definicije logaritma.

1) Provjeriti da li je  $x = \frac{3}{2}$  rješenje jednačine:  $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) = 1$ .

2) Riješiti jednačinu:  $\log(x+2) = 2$ .

3) Riješiti jednačinu:  $\log_3(1-x^2) = 0$ .

### Srednji nivo:

- Određuje domenu logaritamske jednačine.
- Primjenom pravila logaritmovanja transformiše jednačinu u jednačinu osnovnog oblika.
- Rješava logaritamske jednačine koje se smjenom svode u kvadratne.
- U problemima opisanim logaritamskom funkcijom računa vrijednost argumenta.

4) Koliko realnih rješenja ima jednačina:  $\log_2(x-2) + \log_2(x+3) = 2 + \log_2(2x-3)$ ?

5) Odrediti definiciono područje jednačine  $\log(x^2 - 4) + \log x = \log(3 - x)$ .

6) Riješiti jednačinu  $\log^2(x-1) - 4 \log(x-1) + 3 = 0$ .

7) Riješiti jednačinu:  $\left(\frac{2}{5}\right)^{1-\log x} : \left(\frac{1}{5}\right)^{1-\log x} = 8$ .

### Viši nivo:

- Rješava logaritamske jednačine koje sadrže logaritme različitih osnova.
- Logaritamskom jednačinom modelira problemske situacije .
- Utvrđuje smislenost dobijenih rješenja.

8) Riješiti jednačinu :  $\log_{\sqrt{2}} x \cdot \log_2 x \cdot \log_{2\sqrt{2}} x \cdot \log_4 x = 54$  .

9) Riješiti jednačinu:  $2 + \log_5 \sqrt{1+x} + 3 \log_5 \sqrt{1-x} = \log_5 \sqrt{1-x^2}$

10) Riješiti jednačinu:  $x^{2 \log x} = 10x$

- 11) Prema zakonu zaboravljanja, ako je neko gradivo naučeno s uspješnosti  $U_0$  , tada  $t$  mjeseci nakon toga uspješnost  $U$  rješavanja toga gradiva zadovoljava jednačinu :
- $\log U = \log U_0 - c \cdot \log(t+1)$ , gdje je  $c$  konstanta koja ovisi o vrsti gradiva. Uspješnost  $U$  mjeri se brojem postignutih bodova na ispitu. Nino je na ispitu iz Matematike postigao 82 boda. Nakon godinu dana ponovno piše ispit koji provjerava isto gradivo. Koliko bi bodova prema zakonu zaboravljanja postigao ako je  $c = 0,3$  ?

## PRIMJENA LOGARITAMA

### Niži nivo:

- Izračunava dekadski logaritam upotrebom kalkulatora.
- Određuje broj čiji je dekadski logaritam poznat.

1) Izračunati :  $\log \sqrt[1.3]{15}$

2) Izračunati  $x$  ako je:  $\log x = 2,3126$

### Srednji nivo:

- Izračunava dekadski i prirodni logaritam složenog brojnog izraza upotrebom kalkulatora.
- Određuje broj čiji je dekadski i prirodni logaritam poznat.

3) Izračunati :  $\log \frac{0,23^{3,2}}{\sqrt[10]{2,7}}$

4) Izračunati :  $\log_3 \sqrt[3]{0,2019}$

### Viši nivo:

- Računa vrijednost složenog brojnog izraza pomoću logaritama.

1) Izračunati pomoću logaritama vrijednost izraza:  $A = \sqrt[4]{\frac{12 \cdot \sqrt{0,193}}{\sqrt[1,3]{15}}}$

2) Otapanje neke tvari u vodi vrši se po zakonu:  $S = S_0(1 - e^{-kt})$ , pri čemu je  $S$  količina tvari otopljene u vremenu  $t$ ,  $S_0$  količina potrebna za zasićenost otopine a  $k$  pozitivna realna konstanta.

Ako se 20g šećera otopi za 1 min, a 30g šećera otopi za 2 min, izračunati  $S_0$  potrebno da se postigne zasićenost otopine.

## VI PODRUČJE

### PLANIMETRIJA

#### Niži nivo:

- opisuje i računa obim i površinu kruga
- prepoznaje ugao i vrste uglova
- prepoznaje trougao i četverougao
- klasificira trouglove s obzirom na mjerne uglove i dužine stranica
- klasificira četverougao s obzirom na paralelnosti njihovih stranica
- opisuje unutrašnje i vanjske uglove trougla i četverougla
- opisuje i prepoznaje simetralu ugla, simetralu duži, težišnicu trougla i visinu trouglu
- prepoznaje značajne tačke trougla
- opisuje i računa površinu trougla ako je zadana jedna stranica i visina na tu stranicu
- opisuje i računa obim i površinu kvadrata i pravougaonika

1) Četverougao koji ima jedan par paralelnih stranica zove se:

- a) kvadrat,    b) romb,    c) trapez,    d) deltoid.    **(rj.c)**

3) Površina kvadrata čija je dijagonala  $d = 3\text{ cm}$  iznosi:

- a)  $9\text{ cm}^2$ ,    b)  $\frac{9}{2}\text{ cm}^2$ ,    c)  $6\text{ cm}^2$ ,    d)  $3\text{ cm}^2$ .    **(rj.b)**

4) Ako je površina kruga  $P = 16\pi\text{ cm}^2$ , onda je obim kruga:

- a)  $16\text{ cm}$ ,    b)  $8\text{ cm}$ ,    c)  $4\pi\text{ cm}$ ,    d)  $8\pi\text{ cm}$ .    **(rj.d)**

5) Dva ugla čiji zbir iznosi  $180^\circ$  zovu se:

- a) komplementni,    b) suplementni,    c) unakrsni,    d) susjedni.    **(rj.b)**

- 6) Na osnovu osobina četverougla „izbaci uljeza“:
- a) pravougaonik,    b) kvadrat,    c) paralelogram,    d) trapez.    **(rj.d)**
- 7) Ako je unutrašnji ugao trougla  $30^\circ$ , onda njegov susjedni vanjski ugao iznosi:
- a)  $60^\circ$ ,    b)  $120^\circ$ ,    c)  $150^\circ$ ,    d)  $90^\circ$ .    **(rj.c)**
- 8) Ako je jedna stranica trougla  $10\text{ cm}$  i visina na tu stranicu  $6\text{ cm}$  onda površina tog trougla je:
- a)  $60\text{ cm}^2$ ,    b)  $30\text{ cm}^2$ ,    c)  $16\text{ cm}^2$ ,    d)  $120\text{ cm}^2$ .    **(rj.b)**
- 9) Ako je visina jednakostraničnog trougla  $h = 9\text{ cm}$ , onda je obim tog trougla:
- a)  $27\text{ cm}$ ,    b)  $18\text{ cm}$ ,    c)  $18\sqrt{3}\text{ cm}$ ,    d)  $9\sqrt{3}\text{ cm}$ .    **(rj.c)**
- 10) Površina pravouglog trougla čija je jedna kateta  $a = 6\text{ cm}$  i hipotenuza  $c = 10\text{ cm}$  je:
- a)  $24\text{ cm}^2$ ,    b)  $60\text{ cm}^2$ ,    c)  $48\text{ cm}^2$ ,    d)  $80\text{ cm}^2$ .    **(rj.a)**

### Srednji nivo:

- opisuje i računa obim i površinu trougla ako su zadane sve tri stranice trougla, poluprečnik opisane i upisane kružnice
- opisuje i računa obim i površinu paralelograma, romba i trapeza
- opisuje i računa obim i površinu kružnog prstena i kružnog isječka
- računa ostale elemente geometrijskog lika (dužinu dijagonale, stranice, poluprečnik opisane i upisane kružnice i sl.)

- 1) Dat je kvadrat stranice  $a = 14\text{ cm}$ . Svaka njegova stranica podijeljena je u odnosu 3:4, a kad se dobivene tačke spoje dobije se drugi kvadrat. Izračunati površinu novog kvadrata.  
(rješenje:  $P = 100\text{ cm}^2$ )
- 2) Stranice pravougaonika odnose se kao 12:5, a obim je  $68\text{ cm}$ . Izračunati površinu opisane kružnice oko pravougaonika  
(rješenje:  $P = 169\pi\text{ cm}^2$ )
- 3) Jedna stranica pravougaonika je  $a = 12\text{ cm}$  a druga je za  $8\text{ cm}$  manja od dijagonale pravougaonika. Izračunati površinu pravougaonika.  
(rješenje:  $P = 48\text{ cm}^2$ )
- 4) Izračunati obim i površinu pravouglog trougla kada je dato:
  - a)  $b = 12\text{ cm}$ , i  $a : c = 3 : 5$ ,    b)  $a = 30\text{ cm}$  i  $h = 24\text{ cm}$ .

a,b – katete trougla, c – hipotenuza, h – visina na hipotenuzu.  
(rješenje: a)  $O = 36\text{ cm}$ ,  $P = 54\text{ cm}^2$ ,    b)  $O = 120\text{ cm}$ ,  $P = 600\text{ cm}^2$ )
- 5) Proizvod poluprečnika upisanog i opisanog kruga kod jednakostraničnog trougla je  $R \cdot r = 24$  Izračunati obim i površinu trougla.  
(rješenje:  $O = 36\text{ cm}$ ,  $P = 36\sqrt{3}\text{ cm}^2$ )

- 6) Data je osnovica jednakokrakog trougla  $a = 12\text{ cm}$  i visina na krak  $h_b = \frac{48}{5}\text{ cm}$ . Izračunati površinu trougla i drugu visinu.  
(rješenje:  $h_a = 8\text{ cm}$ ,  $P = 48\text{ cm}^2$ )
- 7) Date su dvije stranice trougla  $a = 13\text{ cm}$  i  $b = 15\text{ cm}$  i visina koja odgovara trećoj stranici  $h = 12\text{ cm}$ . Izračunati površinu tog trougla.  
C (rješenje: Postoje dva trougla sa datim podacima  $\triangle ABC$  i  $\triangle AB'C$ )
- 8) Stranice trougla su  $a = 20\text{ cm}$ ,  $b = 13\text{ cm}$  i  $c = 11\text{ cm}$ . Kolika je najveća visina u tom trouglu?  
(rješenje:  $h_c = 12\text{ cm}$ )
- 9) Površina romba je  $2400\text{ cm}^2$ , a dužina jedne dijagonale je  $d_1 = 80\text{ cm}$ . Izračunati obim romba i poluprečnik upisanog kruga.  
(rješenje:  $O = 200\text{ cm}$ ,  $r = 24\text{ cm}$ )
- 10) Površina jednakokrakog trapeza je  $96\text{ cm}^2$  a njegov krak je za  $2\text{ cm}$  veći od visine. Koliki je obim trapeza i kolike su njegove paralelne stranice kad se one međusobno razlikuju za  $12\text{ cm}$ .  
(rješenje:  $a = 18\text{ cm}$ ,  $c = 6\text{ cm}$ ,  $O = 22\text{ cm}$ )
- 11) Izračunati obim i površinu kruga čija tetiva iznosi  $8\text{ cm}$ , a visina pripadnog luka  $h = 2\text{ cm}$ .  
(rješenje:  $O = 10\pi\text{ cm}$ ,  $P = 25\pi\text{ cm}^2$ )

#### Viši nivo:

-samostalno i sigurno računa obim, površinu i druge elemente trougla, četverougla, kruga, dijelova kruga i od njih sastavljenih geometrijskih oblika  
-bira strategiju za izračunavanje obima i površine u rješavanju problema iz geometrije i svakodnevnog života

- 1) Oko kruga poluprečnika  $r = 3\text{ cm}$  opisan je trougao, a oko trougla krug. Koliki je poluprečnik ovog posljednjeg kruga, ako se stranice trougla odnose kao 4:13:15.  
(rješenje:  $R = \frac{65}{4}\text{ cm}$ )
- 2) Date su dijagonale  $d_1 = 20\text{ cm}$ ,  $d_2 = 15\text{ cm}$  i visina  $h = 12\text{ cm}$  trapeza. Izračunati površinu tog trapeza.  
(rješenje:  $P = 150\text{ cm}^2$ )
- 3) U krug poluprečnika  $r = \frac{25}{2}\text{ cm}$  upisan je deltoid stranice  $15\text{ cm}$ . Izračunati površinu deltoida.  
(rješenje:  $P = 300\text{ cm}^2$ )
- 4) Nad stranicom kvadrata kao prečnikom konstruisana je prema vani polukružnica. Izračunati površinu „polumjeseca“ što ga omeđuje ta polukružnica i luk kružnice opisane oko kvadrata čija je dijagonala  $d = 4\sqrt{2}\text{ cm}$ .  
(rješenje:  $P = 4\text{ cm}^2$ )

## STEREOMETRIJA

### Niži nivo:

-izračunava površinu i zapreminu kocke, kvadra i valjka koristeći zadane elemente i obrnuto  
-prepoznaje kocku, kvadar i valjak

- 1) Dvije ivice kvadra su  $a = 12 \text{ cm}$  i  $b = 9 \text{ cm}$ , a dijagonala kvadra  $D = 25 \text{ cm}$ . Izračunati površinu i zapreminu kvadra.  
(rješenje:  $P = 1056 \text{ cm}^2$ ,  $V = 2160 \text{ cm}^3$ )
- 2) Data je površina uspravnog valjka  $P = 112\pi \text{ cm}^2$  a poluprečnik baze valjka je  $r = 4 \text{ cm}$ . Izračunati zapreminu valjka.  
(rješenje:  $V = 160\pi \text{ cm}^3$ )
- 3) Metalna kocka zapremine  $288 \text{ cm}^3$  treba da se pretopi u kvadar čije se ivice odnose kao 2:3:6. Kolika će biti površina tog kvadra?  
(rješenje:  $P = 288 \text{ cm}^2$ )

### Srednji nivo:

-prepoznaje uspravnu (trostranu i četverostranu) prizmu, (trostranu i četverostranu) piramidu, valjak i kupu i uredno crta  
-računa površinu i zapreminu uspravne prizme, piramide, valjka, kupe koristeći zadane elemente i obrnuto  
-prepoznaje i crta dijagonalne i osne presjeke geometrijskih tijela

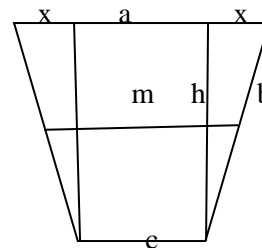
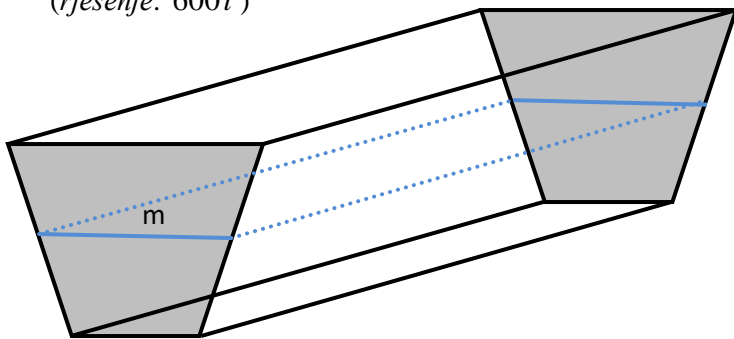
- 1) Ivice kvadra su  $a = 9 \text{ cm}$ ,  $b = 10 \text{ cm}$  i  $c = 10 \text{ cm}$ . Za koliko treba svaku od njih smanjiti da se površina tijela smanji za  $98 \text{ cm}^2$ ?  
(rješenje:  $x = 1 \text{ cm}$ )
- 2) Visina uspravne prizme iznosi  $10 \text{ cm}$ , zapremina  $120 \text{ cm}^3$  a baza prizme je jednakokraki trougao čiji je krak  $5 \text{ cm}$ . Izračunati osnovicu baze i površinu prizme.  
(rješenje:  $I_{sl} : a = 8 \text{ cm}$ ,  $P = 204 \text{ cm}^2$      $II_{sl} : a = 6 \text{ cm}$ ,  $P = 184 \text{ cm}^2$ )
- 3) Baza uspravne prizme je robm čije su dijagonale  $d_1 = 12 \text{ cm}$  i  $d_2 = 16 \text{ cm}$ . Kolika mora biti visina prizme ako se hoće da joj površina i zapremina budu brojno jednake?  
(rješenje:  $H = \frac{24}{7} \text{ cm}$ )
- 4) Površina uspravnog valjka iznosi  $8\pi \text{ cm}^2$ , a visina mu je za  $1 \text{ cm}$  veća od prečnika baze. Izračunati zapreminu valjka.  
(rješenje:  $V = 3\pi \text{ cm}^3$ )
- 5) Izračunati površinu i zapreminu uspravne pravilne četverostrane piramide čija je osnovna ivica  $a = 8 \text{ cm}$  a bočna ivica  $6 \text{ cm}$ .  
(rješenje:  $P = 32(2 + \sqrt{5}) \text{ cm}^2$ ,  $V = \frac{128}{3} \text{ cm}^3$ )

- 6) Kod uspravne pravilne četverostrane piramide dat je odnos osnovne ivice prema visini piramide  $a : H = 3 : 2$  a omotač piramide je  $M = 60 \text{ cm}^2$ . Izračunati njenu zapreminu.  
(rješenje:  $V = 48 \text{ cm}^3$ )
- 7) Izračunati površinu i zapreminu uspravne pravilne trostrane piramide čija je osnovna ivica  $a = 6 \text{ cm}$  i bočna  $4 \text{ cm}$ .  
(rješenje:  $P = 9(\sqrt{3} + \sqrt{7}) \text{ cm}^2$ ,  $V = 6\sqrt{3} \text{ cm}^3$ )
- 8) Data je površina uspravne kupe  $P = 384 \pi \text{ cm}^2$  i izvodnica  $s = 20 \text{ cm}$ . Izračunati zapreminu.  
(rješenje:  $V = 768 \pi \text{ cm}^3$ )
- 9) Obim osnog presjeka uspravne kupe je  $36 \text{ cm}$ , a omotač iznosi  $65 \pi \text{ cm}^2$ . Izračunati površinu i zapreminu kupe.  
(rješenje:  $P = 90 \pi \text{ cm}^2$ ,  $V = 100 \pi \text{ cm}^3$ )
- 10) Bočna ivica pravilne četverostrane piramide je  $13 \text{ cm}$ , a dijagonala baze je  $10\sqrt{2} \text{ cm}$ . Izračunati površinu i zapreminu piramide.  
(rješenje:  $P = 340 \text{ cm}^2$ ,  $V = \frac{100\sqrt{119}}{3} \text{ cm}^3$ )
- 11) Površina dijagonalnog presjeka kocke je  $72\sqrt{2} \text{ cm}^2$ . Izračunati površinu i zapreminu kocke.  
(rješenje:  $P = 432 \text{ cm}^2$ ,  $V = 432\sqrt{2} \text{ cm}^3$ )

### Viši nivo:

- računa površinu i zapreminu geometrijskih tijela u problemskim situacijama
- računa površinu i zapreminu rotacionih geometrijskih tijela iz zadanih elemenata i obrnuto

- 1) Žljeb za vodu dug je  $5 \text{ m}$  i hvata  $1440$  litara. Presjek žljeba je jednakokraki trapez čiji je krak  $52 \text{ cm}$  a visina  $48 \text{ cm}$ . Koliko vode staje u žljeb do polovine visine?  
(rješenje:  $600 \text{ l}$ )



- 2) U valjak zapremine  $V = 360 \pi \text{ cm}^3$  upisana je prizma čija je baza kvadrat. Izračunati zapreminu prizme.  
(rješenje:  $V = 720 \text{ cm}^3$ )



- 3) Treba napraviti šator čija je baza pravougaonik dužine  $a = 2\frac{4}{5}m$  i širine  $b = 2\frac{2}{5}m$ , tako da visina šatora bude  $H = 2\frac{1}{4}m$ . Koliko je  $m^2$  tkanine potrebno ?

(rješenje:  $13\frac{1}{2}m^2$ )

- 4) Trougao čije su stranice  $a = 15cm$ ,  $b = 13cm$  i  $c = 14cm$  rotira oko stranice  $c$ . Izračunati površinu i zapreminu rotacionog tijela.

(rješenje:  $P = 336\pi cm^2$ ,  $V = 672\pi cm^3$ )

## TRIGONOMETRIJA

### Niži nivo:

-definiše trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu

-primjenjuje trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu za određivanje nepoznatih veličina u pravouglom trouglu

- 1) Neka su  $a$  i  $b$  katete,  $\alpha$  i  $\beta$  naspramni (suprotni) uglovi,  $c$  hipotenuza,  $P$  površina pravouglog trougla. Riješiti pravougli trougao ako je zadano:

$$b = 12cm$$

$$a = 5cm$$

$$c = 13cm$$

(rješenje:  $\alpha = 22^\circ 37' 12''$   
 $\beta = 67^\circ 22' 48''$  ,

$$P = 30cm^2$$

- 2) Izračunati vrijednosti ostalih trigonometrijskih funkcija oštrog ugla  $\alpha$  ako je zadano:

$$\cos \alpha = \frac{5}{13}, \quad (\text{rješenje: } \sin \alpha = \frac{12}{13}, \dots)$$

- 3) Izračunati vrijednost izraza:

$$\frac{\sin 60^\circ - \sin 30^\circ}{\cos 60^\circ + \cos 30^\circ}$$

(rješenje:  $c) 2 - \sqrt{3}$ ,

### Srednji nivo:

-primjenjuje osnovne trigonometrijske identitete u dokazima i izračunavanju vrijednosti izraza

1. Dokazati identitete:

$$a) \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{(\sin \alpha + \cos \alpha) \cdot \cos^2 \alpha} = \operatorname{tg} \alpha, \quad b) \frac{\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha}{(\sin \alpha - \cos \alpha) \cdot \sin^2 \alpha} - \frac{1}{\sin^2 \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha.$$

2. Dokaži da ne zavisi od  $x$ :  $\sin^4 x + \cos^4 x + 2\sin^2 x \cdot \cos^2 x$ .

a)  $3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$ . (rješenje: a) 1, b) 1)

3. Ako je  $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha = 5$  odrediti:  $\operatorname{tg}^2 \alpha + \operatorname{ctg}^2 \alpha$ . (rješenje: 23)

### Viši nivo:

-primjenjuje trigonometrijske funkcije za rješavanje problema u planimetriji

-modelira situacije iz životnih i drugih područja primjenjujući trigonometrijske funkcije oštrog ugla u pravouglom trouglu

- 1) Jednakokraki trougao dat je površinom  $P = 60 \text{ cm}^2$  i visinom na osnovicu  $h = 5 \text{ cm}$ . Pod kojim se uglom vidi osnovica trougla iz centra upisane kružnice?  
(rješenje:  $\varphi = 157^\circ 22' 48''$ )
- 2) Data je visina  $h = 6\sqrt{3} \text{ cm}$  romba i jedan ugao  $\alpha = 60^\circ$ . Izračunati površinu romba.  
(rješenje:  $P = 72\sqrt{3} \text{ cm}^2$ )
- 3) Iz tačke koja je od centra kruga poluprečnika  $r = 2 \text{ cm}$  udaljena  $d = 4 \text{ cm}$ , povučene su obje tangente na krug. Kolika je površina ograničena tangentama i kružnim lukom?  
(rješenje:  $P = 4\sqrt{3} - \frac{4\pi}{3}$ )
- 4) Iz udaljenosti  $d = 15 \text{ cm}$  od podnožja tornja vidi se njegov vrh pod uglom  $\alpha = 53^\circ 8'$ . Kolika je visina tornja?  
(rješenje:  $h = 20 \text{ m}$ )

## ANALITIČKA GEOMETRIJA

### Niži nivo:

-crta duži i likove zadane koordinatnim tačkama u pravouglom koordinatnom sistemu

-računa dužinu duži, koordinate sredine duži, koordinate težišta trougla i površinu trougla uz zadane koordinate tačaka

-grafički prikazuje pravu iz različitih oblika jednačine prave

-izvodi jednačinu prave iz grafika ili zadanih parametara

-računa mjeru ugla prave sa pozitivnim smjerom x ose i povezuje sa koeficijentom pravca prave

- 1) Izračunati obim trougla čija su tjemena  $A(-4, 2)$ ,  $B(2, 5)$  i  $C(8, -3)$ . (rješenje:  
 $O = 23 + 3\sqrt{5} \text{ cm}$ )
- 2) Da li je trougao čija su tjemena  $A(2, 3)$ ,  $B(5, 6)$  i  $C(9, 2)$  pravougli? (rješenje: DA)
- 3) Tjemena trougla su  $A(4, 5)$ ,  $B(6, 1)$  i  $C(2, 3)$ . Odrediti koordinate težišta trougla.

(rješenje:  $T(4,3)$ )

- 4) Tjemena trougla su :  $A(5,-1)$ ,  $B(-3,0)$  i  $C(7,13)$ . Izračunati rastojanje težišta trougla od koordinatnog početka. (rješenje:  $d = 5$ )
- 5) Da li date tačke  $A(3,2)$ ,  $B(4,1)$  i  $C(6,-4)$  leže na jednoj pravoj? (rješenje: NE)
- 6) Napisati jednačinu prave koja s pozitivnim smjerom  $x$ -ose zatvara ugao  $\alpha = 60^\circ$ , a na  $y$ -osi gradi odsječak  $n = -2$ . (rješenje:  $y = \sqrt{3}x - 2$ )
- 7) Koliki je koeficijent smjera prave  $ax + 3y - 14 = 0$  ako ona prolazi kroz tačku  $P(2,4)$ ?  
(rješenje:  $k = -\frac{1}{3}$ )
- 8) Tjemena trougla su:  $A(-1,1)$ ,  $B(2,5)$  i  $C(7,-5)$ . Izračunati dužine i jednačine:  
a) stranice  $AB$ , b) težišnice iz vrha  $A$ .  
(rješenje: a)  $d = 5$ ,  $4x - 3y + 7 = 0$  b)  $d = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ ,  $2x + 11y - 9 = 0$ .)
- 9) Tačke  $A(-2,0)$ ,  $B(0,2)$  i  $C\left(a, \frac{3a}{2}\right)$  leže na istoj pravoj. Koje koordinate ima tačka  $C$ ?  
(rješenje:  $C(4,6)$ )
- 10) Napisati jednačinu prave koja prolazi kroz tačku  $A(4,5)$  i kroz presječnu tačku pravih  $2x - y - 5 = 0$  i  $5x + 3y - 7 = 0$ . (rješenje:  $y = 3x - 7$ )
- 11) U kojoj tački i pod kojim se uglom sijeku prave  $y = 3x + 2$  i  $y = \frac{1}{2}x + 7$ ?  
(rješenje:  $A(2,8)$ ,  $\varphi = 45^\circ$ )

### Srednji nivo:

-primjenjuje izračunavanje dužine duži, koordinate sredine duži, koordinate težišta trougla i površinu trougla u planimetriji

-računa mjeru ugla između dvije prave, primjenjuje uslov paralelnosti i normalnosti u određivanju jednačine prave

-primjenjuje jednačinu prave u jednostavnijim problemima

- 1) Tjemena na bazi jednakokrakog trougla su  $A(-2,4)$  i  $B(6,8)$ . Odrediti koordinate trećeg tjemena  $C$  ako se zna da ono leži: a) na  $x$ -osi, b) na  $y$ -osi. (rješenje: a)  $C(5,0)$ , b)  $C(0,10)$ )
- 2) Data su dva tjemena paralelograma  $A(-2,-4)$  i  $B(2,-1)$  i presječna tačka dijagonala  $S(0,0)$ . Naći koordinate ostala dva tjemena. (rješenje:  $D(-2,1)$ )
- 3) Data su dva tjemena trougla  $A(4,2)$  i  $B(3,5)$ . Odrediti apscisu trećeg tjemena koje leži na  $x$ -osi ako površina trougla iznosi 4. (rješenje:  $C_1(2,0)$   $C_2\left(\frac{22}{3}, 0\right)$ )

- 4) Tjemena na bazi jednakokrakog trougla su  $A(-2, 2)$  i  $B(4, 8)$  a krak trougla je  $b = 5\sqrt{2}$ .  
Izračunati: a) površinu trougla, b) koordinate trećeg tjemena C. (rješenje:  
a)  $P = 24$ , b)  $C_1(5, 1)$ ,  $C_2(-3, 9)$ )
- 5) Date su jednačine stranica trougla  $AB : x + y - 16 = 0$ ;  $AC : 3x - 2y - 8 = 0$ ; i  
 $BC : x - 4y + 4 = 0$ . Izračunati površinu tog trougla. (rješenje:  $P = 20$ )
- 6) Date su jednačine stranica trougla:  $AB : x - 5y + 8 = 0$ ;  $AC : 5x - y - 8 = 0$ ; i  
 $BC : x + y + 2 = 0$ . Pod kojim se uglom iz težišta trougla vidi stranica  $BC$ ?  
(rješenje:  $\varphi = 180^\circ - \arctg \frac{4}{3}$ ,  $\varphi = 126^\circ 52' 12''$ )
- 7) Prava prolazi kroz tačku  $M(3, 7)$  i polovi duž čije su krajnje tačke  $A(2, 4)$  i  $B(8, 2)$ . Kako glasi jednačina te prave i pod kojim uglom siječe onda ona datu duž? (rješenje:  
 $y = -2x + 13$ ,  $\varphi = 45^\circ$ )
- 8) Kroz presječnu tačku pravih  $x + y + 2 = 0$  i  $2x - y + 1 = 0$  povući pravu koja je paralelna s duži čije su krajnje tačke  $A(1, 2)$  i  $B(3, 1)$ . Kako glasi jednačina te prave?  
(rješenje:  $x + 2y + 3 = 0$ )
- 9) U trouglu čija su tjemena  $A(-4, 3)$ ,  $B(6, 1)$  i  $C(2, 5)$  izračunati ugao između visine  $h_c$  i težišnice  $t_c$ . (rješenje:  $tg \varphi = \frac{1}{8}$ ,  $\varphi = 7^\circ 7' 30''$ )
- 10) Napisati jednačinu simetrale duži čije su krajnje tačke  $A(-5, -2)$  i  $B(1, 4)$ .  
(rješenje:  $s : x + y + 1 = 0$ )
- 11) Odrediti koordinate tačke  $M_2$  koja je simetrična s tačkom  $M_1(-2, 5)$  s obzirom na pravu  $y = 4x - 4$ . (rješenje:  $M_2(6, 3)$ )

### Viši nivo:

- samostalno rješava geometrijske probleme
- primjenjuje jednačinu prave u geometrijskim zadacima

- 1) Date su jednačine stranica trougla  $AB : 3x - y - 7 = 0$ ;  $AC : 7x + 3y - 11 = 0$  i  
 $BC : x + 5y - 29 = 0$ . Napisati jednačinu visine  $h_a$ . (rješenje:  $h_a : 5x - y - 11 = 0$ )
- 2) Kako će glasiti jednačina prave  $2x + y = 4$  kada se ona oko presječne tačke s  $x$ -osom obrne za  $45^\circ$ ? (rješenje:  $l_1 : x + 3y - 2 = 0$ ,  $l_2 : 3x - y - 6 = 0$ )
- 3) Kolika je površina slike što je zatvaraju prave  $x - 2y + 4 = 0$  i  $x + y - 8 = 0$  s koordinatnim osama? (rješenje:  $P = 20$ )
- 4) Dat je trougao čija su tjemena  $A(-3, 2)$ ,  $B(-1, -2)$  i  $C(1, 4)$ . Na stranici  $BC$  naći tačku koja je jednako udaljena od tjemena  $A$  i  $B$ . (rješenje:  $M(0, 1)$ )
- 5) Krajnje tačke dužine su  $A(-4, 1)$  i  $B(0, -1)$ . Iz koje se tačke na simetrali duži  $AB$  ta duž vidi pod pravim uglom? (rješenje:  $M_1(-1, 2)$   $M_2(-3, -2)$ )

## VII PODRUČJE

### **BINOMNI OBRAZAC**

#### **Niži nivo:**

-zna izračunati  $n!$

1. Izračunati: a)  $7!$  b)  $6! - 5!$ .

2. Uprostiti izraz  $\frac{6!-5!}{3!}$

- zna šta je binomni koeficijent i zna ga izračunati

3. Izračunati: a)  $\binom{8}{3}$

- razumije šta znači biti član u razvoju binoma

4. U razvijenom obliku binoma

$$(x - 1)^5 = x^5 - 5x^4 + 10x^3 + 5x - 1,$$

odrediti četvrti član.

#### **Srednji nivo:**

- primjenjuje binomnu formulu na razvoj binoma

5. Pomoću binomnog obrasca stepenij  $(x^3 + xy)^5$ .

-koristi formulu za direktno nalaženje određenog člana u razvoju binoma

6. Naći trinaesti član u razvijenom obliku binoma  $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{15}$ .

#### **Viši nivo:**

-rješava složenije zadatke povezujući razne matematičke oblasti(proporcije, jednačine) u kojima je nepoznat stepen binoma

7. Odrediti trinaesti član u razvoju binoma  $\left(9x + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^n$ , ako je binomni koeficijent trećeg člana jednak 105.

-zna odrediti član binoma koji zadovoljava određeno svojstvo

8. Odrediti član koji ne sadrži  $x$  u razvijenom obliku binoma  $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)^9$ .

-primjenjuje binomni obrazac u dokazivanju određenih jednakosti

## NIZOVI: ARITMETIČKI I GEOMETRIJSKI NIZ

### Niži nivo:

-zna šta je aritmetički niz

1. Šta karakteriše aritmetički niz?

- prepoznaje aritmetički niz

2. Koji od sljedećih nizova je aritmetički?

a) 2, 4, 5, 9, ...

b) 2, 5, 8, 11, 14 ...

c) - 2, 3, 8, 15, ...

- zna šta je geometrijski niz

3. Kakav je to geometrijski niz?

- prepoznaje geometrijski niz

4. Koji od sljedećih nizova je geometrijski?

a) 2, 6, 12, 30, ...

b) 2, 6, 18, 54, 162 ...

c) 1, 4, 16, 64, ...

- uočava razliku između aritmetičkog i geometrijskog niza

5. Napisati na praznu liniju da li je niz aritmetički ili geometrijski:

a) - 2, - 6, - 18, - 54, ... \_\_\_\_\_

b) 2, 6, 18, 54, 162 ... \_\_\_\_\_

c) 1, 4, 7, 10, 13, 16 ... \_\_\_\_\_

d) 1, - 4, - 9, - 14, ... \_\_\_\_\_

- razumije šta je aritmetička i geometrijska sredina

6. Odrediti aritmetičku i geometrijsku sredinu brojeva 2 i 18.

- zna nastaviti niz na osnovu pretpostavki

7. Nastaviti niz

a) 1, 7, 13, \_\_\_\_\_

b) 3, 6, 12, \_\_\_\_\_

### Srednji nivo:

-koristi formule za određivanje općeg člana aritmetičkog i geometrijskog niza, te za izračunavanje sume prvih n članova

7. Dat je niz 1, 7, 13, 19, ... . Odrediti 28. član, te zbir prvih 28 članova tog niza.

-zna odrediti niz na osnovu dva podatka (npr. ako je poznat zbir prvih nekoliko i zbir nekoliko članova, ili ako su poznata dva člana, itd.)

9. Odrediti aritmetički niz ako je dato  $a_2 + a_5 - a_3 = 10$  i  $a_2 + a_9 = 17$ .

10. Odrediti geometrijski niz ako je dato  $a_1 + a_2 + a_3 = 7$  i  $a_1 a_3 = 4$ .

### Viši nivo:

-prepoznaje i primjenjuje nizove pri rješavanju problemskih zadataka

11. Za zidanje televizijskog tornja visine 26 m plaća se za prvi metar 8 000 KM, a za svaki sljedeći metar po 3000 KM više. Kolika je cijena zidanja posljednjeg metra i koliko stoji zidanje čitavog tornja?

14. Osnovne ivice i visina uspravne piramide kojoj je baza pravougaonik su tri uzastopna člana geometrijskog niza. Zapremina piramide je 576, a površina njenog dijagonalnog presjeka 120. Izračunaj površinu piramide.

## REALNA FUNKCIJA: OSOBINE FUNKCIJE

### Niži nivo:

-zna šta je definicino područje

1. Objasniti šta je to definicino područje funkcije.

-zna definicino područje poznatih funkcije (racionalne, logaritamske funkcije, iracionalne, itd.)

2. Odrediti definicino područje sljedećih funkcija:

$$a) f(x) = \frac{x}{x-1} \quad b) g(x) = \ln x \quad c) h(x) = \sqrt{2x-1}$$

-razumije šta su nule i znak funkcije i zna provjeriti da li je zadani broj nula funkcije

3. Ispitati da li su brojevi -1, 1, 2 i 3 nule funkcije  $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{2x + 1}$ .

- zna šta je parna, a šta neparna funkcija i razumije grafičku interpretaciju parnosti i neparnosti

4. Zaokruži tačan odgovor:

a) Ako vrijedi  $f(-x) = -f(x)$ , funkcija je parna, b) Ako vrijedi  $f(-x) = -f(x)$ , funkcija je neparna, c) Ako vrijedi  $f(-x) = f(x)$ , funkcija je parna. d) Grafik parne funkcije je simetričan u odnosu na y-osu. e) Grafik neparne funkcije je simetričan u odnosu na y-osu. f) Grafik neparne funkcije je simetričan u odnosu na koordinatni početak

### Srednji nivo:

-određuje definiciono područje nekih jednostavnijih funkcija

5. Odrediti definiciono područje funkcije  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$

-ispituje da li je funkcija parna ili neparna

6. Koje od sljedećih funkcija su parne, a koje neparne

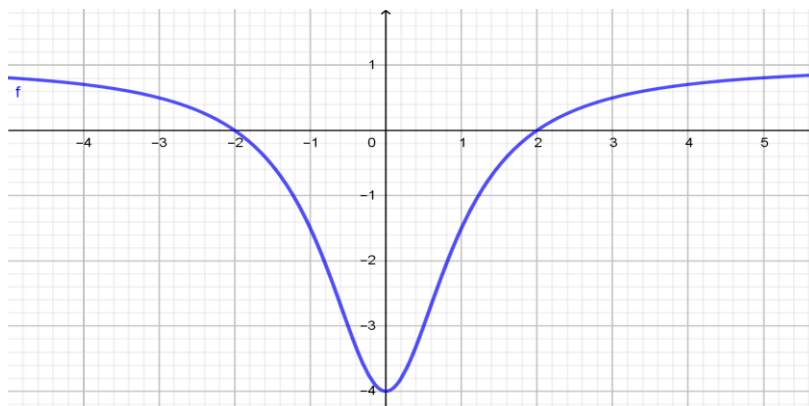
a)  $y = x^2 + 1$ , b)  $y = 2x^3 - x$ , c)  $y = \frac{\sin x - \cos x}{\sin x + \cos x}$

- zna odrediti nule i znak nekih elementarnih funkcija

7. Odrediti nule i znak funkcije  $y = \frac{x^2 + 4x + 3}{x - 1}$ .

- zna interpretirati sa grafika nule i znak funkcije, parnost i neparnost funkcije

8. Odrediti nule, znak, te uočiti da li je funkcija parna ili neparna sa sljedećeg grafika



### Viši nivo:

-određuje definiciono područje, ispituje parnost i neparnost te određuje nule i znak složenijih funkcija

9. Odrediti definiciono područje, nule i znak, te ispitati parnost i neparnost funkcije  $y = \frac{x^3 - x}{x^2 - 9}$ .



## 6.1. PRIMJERI TESTOVA

Koristeći se tablicama 3 I 4. Konstrisacemo primjere: Integralni tst I Test iz matematike

### A. MATEMATIKA U INTEGRALNOM TESTU

Zaokruži tačan odgovor.

1. Koji od datih brojeva nije racionalan:  $\sqrt{5}$ ,  $\frac{5}{6}$ ,  $-5$ ,  $5\pi$ ?

- a.  $\sqrt{5}$ ,  $\frac{5}{6}$                       b.  $\frac{5}{6}$ ,  $-5$                       c.  $\frac{5}{6}$ ,  $-5$                       d.  $\sqrt{5}$ ,  $5\pi$

2. Izračunaj:  $18 \cdot (-3) + 8 \cdot 2 + \frac{3}{4} \cdot 16$

- a. 22                      b. 18                      c. 20                      d. 23

3. Pojednostaviti racionalni algebarski izraz  $\frac{4a^2 - 2ab}{8a - 4b}$  (S)

- a.  $\frac{a-b}{a}$                       b.  $\frac{a}{2}$                       c.  $\frac{b}{2}$                       d.  $\frac{a-b}{b}$

4. Početna cijena knjige je 20KM, prvo je poskupila za 30%, a zatim pojeftinila za 30%. Kolika je sada cijena knjige

- a. 22                      b. 18                      c. 20                      d. 23

5. Izračunati vrijednost funkcije  $f(x)=2x+5$  za  $x=3$  i provjeriti da li tačka A(1,7) pripada datoj funkciji.

- a. 10, da                      b. 11, da                      c. 10, ne                      d. 11, ne

6. Riješiti sistem linearnih jednačina  $2x + 5y = 23$ ,  $x - 6y = -14$ .

- a. (3,4)                      b. (4,3)                      c. (3,5)                      d. (5,3)

7. Riješiti jednačinu:  $2|x| - 5 = |x| + 2$ . (s)

- a.  $x = \pm 2$                       b.  $x = \pm 6$                       c.  $x = \pm 7$                       d.  $x = \pm 5$

8. Podijeli korijene  $\sqrt[3]{54 a^{11} b} : \sqrt[3]{9 a^3 b}$  (n)

- a.  $\sqrt[3]{6 a^8 b}$                       b.  $\sqrt[3]{6 a^8}$                       c.  $\sqrt[3]{6 a^{14} b^2}$                       d.  $\sqrt[3]{45 a^8 b}$

9. Dat je kompleksan broj  $z=3+4i$ , modul kompleksnog broja je

- a.  $|z| = 5$                       b.  $|z| = 9$                       c.  $|z| = 16$                       d.  $|z| = 7$

10. Dati su kompleksni brojevi  $Z_1=1-3i$  i  $Z_2=2+4i$ , proizvod  $z_1 z_2$  je

- a.  $14-2i$                       b.  $10+10i$                       c.  $-10+2i$                       d.  $-2-2i$

11. Koje od tačaka A(0,-3), B(34), C(1,2) i D(4, 5) pripada grafiku funkcije  $f(x)=x^2+5x-3$ .

- a. A, C                      b. A, D                      c. B, C                      d. C, D

12. Riješenje jednačine  $(x+3)(x-2)+(x+2)^2-3x-10=0$  je

- a. 2, -3                      b. 3, -2                      c. -3,4                      d. 4, -3

13. Za koje vrijednosti parametra  $m$  jednačina  $2x^2-8x+m+10=0$  ima realna različita rješenja?

- a.  $m < \frac{9}{4}$                       b.  $m > \frac{9}{4}$                       c.  $m < \frac{3}{2}$                       d.  $m < \frac{3}{2}$

## B. TEST IZ MATEMATIKE

1. Jednostavniji oblik izraza  $\left[\left(\frac{3a^2}{4b^{-3}}\right)^{-3} : \left(\frac{9a^{-2}b}{4}\right)^{-2}\right] \cdot \frac{b^7}{12a^{-11}}$  je (5 bodova)

- a) 2                      b) a                      c) 1                      d) b

2. Koja relacija je tačna: a)  $2 \in (2,5)$ , b)  $2 \in [2,5)$ , c)  $2 \in (2,5]$ , d)  $2 \in [2,5]$ ? (4 boda)

3. Koliko je 0,3% od 50? (7 bodova)

4. Upariti date vrijednosti stepena: (4 boda)

- a)  $\left(-\frac{4}{3}\right)^0$                       10  
b)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$                       -1  
c)  $(-1)^3$                       1  
d)                                      4  
e)  $(0.1)^{-1}$                       4

5. Riješiti jednačinu:  $\frac{x+1}{3} - \frac{3x}{5} + x = \frac{x}{15} - 1$  (3 boda)

6. Prije 4 godine otac je bio 7 puta stariji, a nakon 4 godine otac će biti 3 puta stariji od sina. Koliko godina sada ima otac, a koliko sin? (7 bodova)

7. Stavi broj na crtu u desnoj koloni, koji odgovara broju u lijevoj koloni, da bi formulacija (izjava) bila tačna, a potom zaokruži jednu od ponuđenih kombinacija (koja je tačna) (4 boda)

1. korijeni se sabiraju (oduzimaju) samo ako imaju \_\_\_\_\_ iste eksponente  
2. korijeni se množe (dijele) samo ako imaju \_\_\_\_\_ pomnožimo eksponente, a radiknd prepisemo

3. korijeni se korjenuju: \_\_\_\_\_ iste eksponente i iste radikande  
 4. korijene stepenujemo: \_\_\_\_\_ prepisemo eksponent,a  
 radikand stepenujemo
- a) 3124                      b) 1324                      c) 4231                      d) 2314

8. Ako je  $Z_1=2+i$  , odredi kompleksan broj  $Z=x+iy$  tako da vrijedi (6 bodova)

$$\operatorname{Re}(Z/\bar{Z}_1)=-3/5, \operatorname{Im}(ZZ_1)=1$$

- a)  $x = 1, y = -1$               b)  $x = -1, y = 1$               c)  $x = -1, y = -1$               d)  $x = 1, y = 1$

9. Funkcija  $y = -2x^2 + 4x + 3$  ima koeficijent a \_\_\_\_\_ pa je parabola (4 boda)  
 „otvorena prema \_\_\_\_\_“ i funkcija ima \_\_\_\_\_ u tački čija je ordinata  
 ekstremna i zove se \_\_\_\_\_ parabole.

- Ponuđeni odgovori
- |               |             |
|---------------|-------------|
| 1. a) $a > 0$ | b) $a < 0$  |
| 2. a) gore    | b) dole     |
| 3. a) minimum | b) maksimum |
| 4. a) tjeme   | b) nula     |

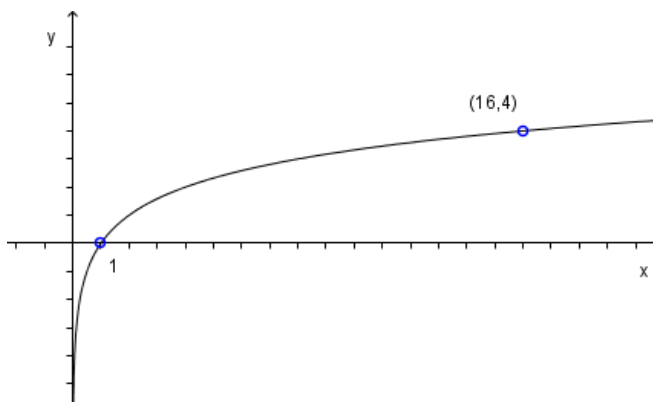
Zaokruži tačnu kombinaciju.

- A. b b b a                      B. a a a a                      C. b b b b                      D. a b b a

10. Riješiti nejednačine:  $\frac{x^2+4x+5}{x^2-5x+6} < 0$ . (6 bodova)

11. Izbaciti uljeza:  $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, 27, 1, 81, 2, \frac{1}{3}, \sqrt{3}$ . (3 boda)

12. Na slici je grafik funkcije  $f(x) = \log_b x$ . Odredite b ? (5 bodova)



13. Neka su  $a$  i  $b$  katete,  $\alpha$  i  $\beta$  naspramni (suprotni) uglovi,  $c$  hipotenuza,  $P$  površina pravouglog trougla. Odrediti nepoznate veličine trougla ako je zadano (4 boda)

$$a : b = 3 : 4$$

$$c = 10 \text{ cm}$$

14. Baza uspravne prizme je romb čije su dijagonale  $d_1 = 12 \text{ cm}$  i  $d_2 = 16 \text{ cm}$ . Kolika mora biti visina prizme ako se hoće da joj površina i zapremina budu brojno jednake? (4 boda)

15. Četiri kružnice jednakih poluprečnika  $r = 8 \text{ cm}$  dodiruju se spolja. Izračunati površinu lika koji je omeđen lukovima kružnica. (6 bodova)

16. U kojoj tački i pod kojim se uglom sijeku prave  $y = 3x + 2$  i  $y = \frac{1}{2}x + 7$ ? (6 bodova)

17. Odrediti definicino područje sljedećih funkcije: (3 boda)

$$f(x) = \ln x - \frac{x}{x-1} + \sqrt{2x-1}$$

18. Naći trinaesti član u razvijenom obliku binoma  $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{15}$ . (4 boda)

19. Odrediti geometrijski niz ako je dato (7 bodova)

$$a_1 + a_2 + a_3 = 7$$

$$a_1 a_3 = 4$$

20. Za zidanje televizijskog tornja visine 26 m plaća se za prvi metar 8 000 KM, a za svaki sljedeći metar po 3000 KM više. Kolika je cijena zidanja posljednjeg metra i koliko stoji zidanje čitavog tornja? (8 bodova)

## 7. OPIS BODOVANJA

Uspješnim rješavanjem ispita na integralnom testu učenik može ostvariti 13 bodova. Uspješnim rješavanjem ispita na višem nivou učenik može ostvariti 100 bodova.

### 7.1. Vrednovanje testa

Uspješnim rješavanjem testa iz matematike u okviru integralnog ispita, čiji su odgovori napisani u 4 – članom izboru, može se ostvariti 13 bodova, za svaki zadatak po 1 bod, od ukupno 42, dok se u testu iz matematike na višem nivou može ostvariti 100 bodova, kroz 20 zadataka, napisanih na 3 nivoa zahtjeva (niži, srednji i viši nivo). Za svaki nivo, pojedinačno se može dobiti 40 + 40 + 20 bodova

Neispravni odgovori ne donose negativne bodove. Vrednovanje testa iz matematike u okviru integralnog testa se pregleda elektronskim čitanjem unesenih podataka o tačnim odgovorima na ocjenjivačkom listu. Test iz matematike na višem nivou se pregleda ručno od strane formirane komisije.

### 7.2. Opće napomene o vrednovanju zadataka produženoga odgovora

1. Priznaju se tačna rješenja dobivena različitim načinima.
2. Učeniku koji je pogrešno prepisao zadatak te ga zatim točno riješio (a da pritom zadatak nije promijenio smisao niti je pojednostavljen) oduzima se 1 bod od predviđenoga broja bodova za taj zadatak.
3. Učeniku koji je napravio grešku u zadatku produženoga odgovora (a da pritom zadatak nije promijenio smisao niti je pojednostavljen) boduju se svi ispravno provedeni koraci.
4. Primjer bodovne sheme za zadatke produženoga odgovora prikazan je u poglavlju: Primjeri zadataka s detaljnim pojašnjenjem.

### 7.3. Primjeri ocjenjivanja

#### Primjer 1.

Neka su  $a$  i  $b$  katete,  $c$  hipotenuza,  $P$  površina pravouglog trougla. Odrediti nepoznate veličine trougla ako je zadano (4 boda)

$$a : b = 3 : 4$$

$$c = 10 \text{ cm}$$

#### Rješenje:

$$a : b = 3 : 4 \rightarrow 4a = 3b, b = \frac{4}{3}a \text{ (1) ..... (1 bod)}$$

$$a = 6, b = 8 \quad (\text{mna osnovu (1) i (2) odrediti } a \text{ i } b) \text{ ..... (1+1 bod)}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 = 100 \text{ (2)}$$

$$\text{Površina trougla je } P = \frac{1}{2}ab = 24 \text{ cm}^2 \text{ (izračunati površinu trougla) ..... (1 bod)}$$

## Primjer 2.

U kojoj tački i pod kojim se uglom sijeku prave  $y = 3x + 2$  i  $y = \frac{1}{2}x + 7$ ? (6 bodova)

### Rješenje:

Naći presjek:  $3x + 2 = \frac{1}{2}x + 7 \cdot 2 \Leftrightarrow 6x + 4 = x + 14 \Leftrightarrow \dots \dots \dots x = 2 \dots \dots \dots$  (1 bod)

$x = 2, y = 3x + 2 = 8$ , dakle, prave se sijeku u tački A(2,8) ..... (1 bod)

Kako je  $k_1 = 3$  i  $k_2 = \frac{1}{2}$ , ..... (1 bod)

tada se prave sijeku pod uglom  $tg\varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_2 k_1} \right| = \dots = 1$  ..... (1 bod)

$tg\varphi = 1 \Leftrightarrow \varphi = 45^\circ$ . ..... (1 bod)

Dakle, date prave se sijeku u tački A(2,8) pod uglom  $\varphi = 45^\circ$ . ..... (1 bod)

## 8. PRIPREMA ZA ISPIT

### 8.1. Savjeti nastavnicima

Nastavnicima se preporučuje da detaljno prouče ispitni katalog s popisom područja i tematskih sadržaja za ispitivanje i da pomognu učenicima da se na vrijeme pripreme za polaganje maturalnih testova iz matematike

### 8.2. Savjeti učenicima

Literatura za pripremu ispita iz Matematike su svi udžbenici koji su bili propisani i odobreni od Ministarstva obrazovanja i nauke TK tokom protekloga četverogodišnjega razdoblja. Popis odobrenih udžbenika može se naći na [www.ematura.pztz.ba](http://www.ematura.pztz.ba).

Na ispitu je dopušteno koristiti džepno računalo tipa Scientific. Ono treba imati:

- eksponencijalnu funkciju (tipka 10x)
- logaritamsku funkciju (tipka log x)
- trigonometrijske funkcije (tipke sin, cos, tan).

Ono ne smije imati mogućnost:

- bežičnoga povezivanja s drugim uređajem
- uporabe memorijske kartice
- simboličkoga računanja (npr., u nazivu CAS)
- grafičkoga rješavanja (npr., u nazivu Graphic ili ima tipku GRAPH)
- deriviranja i integriranja.

Na Listu džepnih računala bit će upisan tip (naziv i oznaka) džepnoga računala koje je učenik koristio na ispitu.

Dodatno, uspjeh na ispitu uvjetuje i dobra upoznatost s načinom ispitivanja.

Učenicima se stoga savjetuje: proučavanje opisa ispitnih cjelina te primjera zadataka rješavanjem oglednoga primjera ispita.

Učenici trebaju pažljivo pročitati uputu i tekst svakoga zadatka. U zadacima višestrukoga izbora trebaju pažljivo označiti odgovore na ocjenjivački list. U zadacima produženoga odgovora trebaju prikazati i postupak rješavanja jer se on boduje.

Svim učenicima želimo da usvoje potrebna znanja i da uspješno polože eksternu maturu.

### **Napomena:**

U izradi kataloga je korištena metodologija navedena u predmetnim katalogima u državnim maturama u zemljama iz bližeg okruženja.